Schwingungen und Resonanz

Physik · Klasse 12 · mittel · Lösungen

vitus-tutoring.de

Name: _____ Datum: _____

kostenlos, mit Lösungen

Rechne mit $g = 9{,}81\ m/s^2$ und $4\pi^2 \approx 39{,}48$.

1 Bestimme die Federkonstante aus einer Messreihe.

Federpendel: $T = 2\pi \cdot \sqrt{(\frac{m}{D})}$, quadriert $T^2 = \frac{4\pi^2 \cdot m}{D}$. Ist $\frac{T^2}{m}$ konstant, gilt $D = \frac{4\pi^2}{(T^2 : m)}$.

a) An eine Feder werden verschiedene Massen gehängt. Gemessen wird die Zeit für 10 Schwingungen:
m in g: 100 | 200 | 300 | 400
10 · T in s: 4,0 | 5,6 | 6,9 | 7,9
Berechne T und T^2 für jede Masse.

$T = \frac{\text{Zeit für 10 Schwingungen}}{10}$

T in s: 0,40 | 0,56 | 0,69 | 0,79

T^2 in s^2: 0,160 | 0,314 | 0,476 | 0,624

b) Zeige, dass T^2 proportional zu m ist, und bestimme D.

$\frac{T^2}{m} = \frac{0{,}160}{0{,}1} = 1{,}60$, ebenso 1,57 | 1,59 | 1,56 (in s^2/kg)

Die Quotienten sind fast gleich, also ist T^2 proportional zu m.

Mittelwert: $\frac{T^2}{m} \approx 1{,}58\ s^2/kg$

$D = \frac{4\pi^2}{(T^2 : m)} = \frac{39{,}48}{1{,}58\ s^2/kg} \approx 25\ N/m$

c) Warum misst man die Zeit für 10 Schwingungen und nicht für eine?

Beim Starten und Stoppen der Uhr macht man einen Fehler von etwa 0,2 s, egal wie lange man misst. Bei 10 Schwingungen verteilt sich dieser Fehler auf 10 Perioden, der Fehler für T wird zehnmal kleiner.

Schwingungen und Resonanz (Fortsetzung)

Physik · Klasse 12 · mittel · Lösungen

vitus-tutoring.de

kostenlos, mit Lösungen

Name: _____ Datum: _____

2 Bestimme die Fallbeschleunigung mit einem Fadenpendel.

Für kleine Auslenkungen gilt $T = 2\pi \cdot \sqrt{(\frac{l}{g})}$, umgestellt $g = \frac{4\pi^2 \cdot l}{T^2}$.

a) Ein Fadenpendel mit l = 0,80 m braucht für 20 Schwingungen 35,9 s. Berechne g.

$T = \frac{35{,}9\ s}{20} = 1{,}795\ s$

$g = \frac{4\pi^2 \cdot l}{T^2}$

$g = \frac{39{,}48 \cdot 0{,}80\ m}{(1{,}795\ s)^2}$

$g \approx 9{,}80\ m/s^2$

Das liegt sehr nah am Tabellenwert 9,81 m/s².

b) Hängt T von der Masse des Pendelkörpers ab? Begründe.

Nein. Die rücktreibende Kraft $m \cdot g \cdot \sin\alpha$ und die träge Masse wachsen beide mit m, deshalb kürzt sich die Masse heraus. In $T = 2\pi \cdot \sqrt{(\frac{l}{g})}$ kommt m nicht vor.

3 Berechne Energie und Geschwindigkeit der Schwingung.

Gesamtenergie $E = ½ \cdot D \cdot s_{max}^2$. Im Nulldurchgang ist sie ganz Bewegungsenergie $½ \cdot m \cdot v_{max}^2$. Außerdem gilt $\omega = \sqrt{(\frac{D}{m})}$ und $v_{max} = \omega \cdot s_{max}$.

a) Ein Federpendel (m = 0,2 kg, D = 80 N/m) wird 5 cm ausgelenkt und losgelassen. Berechne die Gesamtenergie.

$s_{max} = 5\ cm = 0{,}05\ m$

$E = ½ \cdot D \cdot s_{max}^2 = ½ \cdot 80\ N/m \cdot (0{,}05\ m)^2$

$E = 0{,}1\ J$

Schwingungen und Resonanz (Fortsetzung)

Physik · Klasse 12 · mittel · Lösungen

vitus-tutoring.de

kostenlos, mit Lösungen

Name: _____ Datum: _____

b) Berechne die Höchstgeschwindigkeit auf zwei Wegen und die Periodendauer.

Weg 1 über die Energie: ½ · m · v_max² = E, umgestellt $v_{max} = \sqrt{\frac{2 \cdot E}{m}}$

$v_{max} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}1\ J}{0{,}2\ kg}} = \sqrt{1\ m^2/s^2} = 1\ m/s$

Weg 2 über ω: $\omega = \sqrt{\frac{D}{m}} = \sqrt{\frac{80\ N/m}{0{,}2\ kg}} = 20\ \frac{1}{s}$

$v_{max} = \omega \cdot s_{max} = 20\ \frac{1}{s} \cdot 0{,}05\ m = 1\ m/s$

$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{20}\ \frac{1}{s} \approx 0{,}31\ s$

4 Stelle die Weg-Zeit-Funktion auf und lies Werte ab.

$s(t) = s_{max} \cdot \sin(\omega \cdot t)$ mit $\omega = 2\pi \cdot f$. Der Sinus ist 1 bei π/2, 0 bei π und -1 bei 3π/2.

a) Ein Körper schwingt mit s_max = 3 cm und f = 2 Hz. Er startet im Nulldurchgang nach oben. Gib s(t) an und bestimme, wo er nach 0,125 s, nach 0,25 s und nach 0,375 s ist.

$\omega = 2\pi \cdot f = 2\pi \cdot 2\ Hz = 4\pi\ \frac{1}{s}$

$s(t) = 3\ cm \cdot \sin(4\pi\ \frac{1}{s} \cdot t)$

t = 0,125 s: ω · t = π/2, s = 3 cm (oberer Umkehrpunkt)

t = 0,25 s: ω · t = π, s = 0 (Nulldurchgang, jetzt nach unten)

t = 0,375 s: ω · t = 3π/2, s = -3 cm (unterer Umkehrpunkt)

Schwingungen und Resonanz (Fortsetzung)

Physik · Klasse 12 · mittel · Lösungen

vitus-tutoring.de

kostenlos, mit Lösungen

Name: _____ Datum: _____

5 Berechne Größen am elektromagnetischen Schwingkreis.

Thomsonsche Formel: $T = 2\pi \cdot \sqrt{(L \cdot C)}$, also $f = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{(L \cdot C)}}$. Die Energie pendelt zwischen Kondensator ($\frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2$) und Spule ($\frac{1}{2} \cdot L \cdot I^2$).

a) Welche Kapazität braucht ein Schwingkreis mit L = 25 mH für f = 1,0 kHz?

$f = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{(L \cdot C)}}$, quadriert und umgestellt: $C = \frac{1}{4\pi^2 \cdot f^2 \cdot L}$

$L = 25\ mH = 0{,}025\ H$, $f = 1{,}0\ kHz = 1000\ Hz$

$C = \frac{1}{39{,}48 \cdot (1000\ Hz)^2 \cdot 0{,}025\ H}$

$C \approx 1{,}0 \cdot 10^{-6}\ F = 1\ \mu F$

b) Der Kondensator wird auf 10 V geladen. Berechne die Energie und die größte Stromstärke in der Spule.

$W = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2 = \frac{1}{2} \cdot 10^{-6}\ F \cdot (10\ V)^2 = 5 \cdot 10^{-5}\ J$

Ist die Energie ganz in der Spule, fließt der größte Strom: $\frac{1}{2} \cdot L \cdot I_{max}^2 = W$

umgestellt: $I_{max} = \sqrt{(\frac{2 \cdot W}{L})}$

$I_{max} = \sqrt{(\frac{2 \cdot 5 \cdot 10^{-5}\ J}{0{,}025\ H})} \approx 0{,}063\ A = 63\ mA$

Schwingungen und Resonanz (Fortsetzung)

Physik · Klasse 12 · mittel · Lösungen

vitus-tutoring.de

kostenlos, mit Lösungen

Name: _____ Datum: _____

6 Werte eine Resonanzkurve aus.

Resonanz: Stimmt die Erregerfrequenz mit der Eigenfrequenz f0 überein, wird die Amplitude am größten. Federpendel: $f0 = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{(\frac{D}{m})}$.

a) Ein Federpendel (m = 0,25 kg) wird von einem Motor angeregt. Gemessen wird die Amplitude:
f in Hz: 1,0 | 1,5 | 1,8 | 2,0 | 2,2 | 2,5 | 3,0
Amplitude in cm: 1,4 | 2,3 | 4,6 | 7,8 | 4,9 | 2,1 | 1,0
Bestimme die Eigenfrequenz und daraus die Federkonstante. Wie ändert sich die Kurve bei stärkerer Dämpfung?

Die Amplitude ist bei 2,0 Hz am größten: f0 ≈ 2,0 Hz.

$f0 = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{(\frac{D}{m})}$, umgestellt $D = 4\pi^2 \cdot f0^2 \cdot m$

$D = 39{,}48 \cdot (2{,}0\ Hz)^2 \cdot 0{,}25\ kg \approx 39\ N/m$

Bei stärkerer Dämpfung wird das Maximum niedriger und breiter, die Kurve flacher. Das Maximum rückt etwas unter f0.

b) Bei einem Lkw zittert der Außenspiegel genau bei 1500 Motorumdrehungen pro Minute stark. Erkläre und schlage eine Abhilfe vor.

1500 Umdrehungen pro Minute sind $\frac{1500}{60\ s} = 25\ Hz$.

Der Motor regt den Spiegel mit 25 Hz an. Das ist offenbar die Eigenfrequenz des Spiegels, er schwingt in Resonanz.

Abhilfe: den Halter steifer machen oder die Masse ändern, damit sich die Eigenfrequenz verschiebt, oder ein Gummilager einbauen, das die Schwingung dämpft.