Kreisbewegung und Gravitation

Physik · Klasse 11 · mittel · Lösungen

vitus-tutoring.de

Name: _____ Datum: _____

kostenlos, mit Lösungen

Rechne mit g = 10 m/s² und G = 6,67 · 10^{-11} N · m²/kg². Auf der Kreisbahn muss immer eine echte Kraft die Rolle der Zentripetalkraft übernehmen.

1 Rechne mit der Winkelgeschwindigkeit.

$f = \frac{1}{T}$; $\omega = \frac{2 \cdot \pi}{T}$; $v = \omega \cdot r$; *Zentripetalbeschleunigung* $a_Z = \frac{v^2}{r} = \omega^2 \cdot r$.

a) Eine Waschmaschinentrommel (r = 25 cm) schleudert mit 1200 Umdrehungen pro Minute. Berechne T, ω, die Bahngeschwindigkeit und die Zentripetalbeschleunigung der Wäsche.

$f = \frac{1200}{60\ s} = 20\ Hz$

$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{20\ Hz} = 0{,}05\ s$

$\omega = \frac{2 \cdot \pi}{T} = \frac{2 \cdot \pi}{0{,}05\ s} \approx 125{,}7\ \frac{1}{s}$

$v = \omega \cdot r = 125{,}7\ \frac{1}{s} \cdot 0{,}25\ m \approx 31\ m/s$

$a_Z = \omega^2 \cdot r = (125{,}7\ \frac{1}{s})^2 \cdot 0{,}25\ m \approx 3950\ m/s^2$

Das ist fast das 400-Fache von g.

b) Auch du kreist: Die Erde dreht sich in 24 h einmal. Berechne ω und deine Bahngeschwindigkeit, wenn du am Äquator stehst (R = 6400 km).

$T = 24\ h = 24 \cdot 3600\ s = 86\,400\ s$

$\omega = \frac{2 \cdot \pi}{T} = \frac{2 \cdot \pi}{86\,400\ s} \approx 7{,}27 \cdot 10^{-5}\ \frac{1}{s}$

$v = \omega \cdot R = 7{,}27 \cdot 10^{-5}\ \frac{1}{s} \cdot 6{,}4 \cdot 10^{6}\ m \approx 465\ m/s$

Am Äquator bewegst du dich mit rund 465 m/s, das sind fast 1700 km/h.

c) Erkläre, warum das Wasser die Wäsche verlässt, die Wäsche aber in der Trommel bleibt.

Auf einer Kreisbahn bleibt ein Körper nur, wenn ihn eine Kraft zum Mittelpunkt zieht oder drückt (Zentripetalkraft). Die Trommelwand drückt die Wäsche nach innen und hält sie so auf der Kreisbahn. An den Löchern in der Wand drückt nichts auf das Wasser: Es fliegt tangential geradeaus weiter und verlässt die Trommel.

Kreisbewegung und Gravitation (Fortsetzung)

Physik · Klasse 11 · mittel · Lösungen

vitus-tutoring.de

kostenlos, mit Lösungen

Name: _____ Datum: _____

2 Bestimme die Höchstgeschwindigkeit in der Kurve.

Auf ebener Straße liefert die Haftreibung die Zentripetalkraft. Grenzfall: $\mu \cdot m \cdot g = \frac{m \cdot v^2}{r}$, also $v_{max} = \sqrt{(\mu \cdot g \cdot r)}$. Allgemein: $a_Z = \frac{v^2}{r}$ und $F_Z = m \cdot a_Z$.

a) Ein Auto fährt durch eine ebene Kurve mit r = 50 m. Wie schnell darf es auf trockener Straße (μ = 0,8) und bei Schnee (μ = 0,2) höchstens fahren?

$v_{max} = \sqrt{(\mu \cdot g \cdot r)}$

trocken: $v_{max} = \sqrt{(0{,}8 \cdot 10\ m/s^2 \cdot 50\ m)} = \sqrt{(400\ m^2/s^2)} = 20\ m/s = 72\ km/h$

Schnee: $v_{max} = \sqrt{(0{,}2 \cdot 10\ m/s^2 \cdot 50\ m)} = \sqrt{(100\ m^2/s^2)} = 10\ m/s = 36\ km/h$

Ein Viertel der Reibungszahl ergibt die halbe Höchstgeschwindigkeit.

b) Ein Zug fährt mit 20 m/s durch eine Kurve mit r = 400 m. Berechne die Zentripetalbeschleunigung und die Kraft, die die Schienen auf einen Waggon (40 t) ausüben müssen.

$a_Z = \frac{v^2}{r} = \frac{(20\ m/s)^2}{400\ m} = \frac{400\ m^2/s^2}{400\ m} = 1\ m/s^2$

$m = 40\ t = 40\,000\ kg$

$F_Z = m \cdot a_Z = 40\,000\ kg \cdot 1\ m/s^2 = 40\,000\ N = 40\ kN$

Die Schienen müssen jeden Waggon mit 40 kN zum Kurvenmittelpunkt hin drücken.

Kreisbewegung und Gravitation (Fortsetzung)

Physik · Klasse 11 · mittel · Lösungen

vitus-tutoring.de

kostenlos, mit Lösungen

Name: _____ Datum: _____

3 Berechne die Kräfte im Looping und auf der Kuppe.

Oben im Looping zeigen Gewichtskraft und Sitzkraft nach unten: $F_G + F_{Sitz} = \frac{m \cdot v^2}{r}$. Auf einer Kuppe: $F_G - F_{Sitz} = \frac{m \cdot v^2}{r}$.

a) Ein Fahrgast (60 kg) fährt mit 12 m/s durch den höchsten Punkt eines Loopings mit r = 8 m. Mit welcher Kraft drückt der Sitz auf ihn? Wie schnell muss der Wagen dort mindestens sein?

$F_Z = \frac{m \cdot v^2}{r} = \frac{60\ kg \cdot (12\ m/s)^2}{8\ m} = 1080\ N$

$F_G = m \cdot g = 60\ kg \cdot 10\ N/kg = 600\ N$

$F_G + F_{Sitz} = F_Z$, umgestellt $F_{Sitz} = F_Z - F_G = 1080\ N - 600\ N = 480\ N$

Mindestgeschwindigkeit: Der Sitz drückt gerade nicht mehr, $F_{Sitz} = 0$, also $m \cdot g = \frac{m \cdot v^2}{r}$

$v_{min} = \sqrt{(g \cdot r)} = \sqrt{(10\ m/s^2 \cdot 8\ m)} = \sqrt{(80\ m^2/s^2)} \approx 8{,}9\ m/s$

Der Sitz drückt mit 480 N auf ihn. Oben muss der Wagen mindestens 8,9 m/s schnell sein.

b) Ein Auto fährt mit 15 m/s über eine Kuppe mit r = 90 m. Mit welcher Kraft drückt der Fahrer (70 kg) auf den Sitz? Ab welcher Geschwindigkeit hebt das Auto ab?

$F_Z = \frac{m \cdot v^2}{r} = \frac{70\ kg \cdot (15\ m/s)^2}{90\ m} = 175\ N$

$F_G = 70\ kg \cdot 10\ N/kg = 700\ N$

$F_G - F_{Sitz} = F_Z$, umgestellt $F_{Sitz} = F_G - F_Z = 700\ N - 175\ N = 525\ N$

Abheben bei $F_{Sitz} = 0$: $m \cdot g = \frac{m \cdot v^2}{r}$, also $v = \sqrt{(g \cdot r)}$

$v = \sqrt{(10\ m/s^2 \cdot 90\ m)} = \sqrt{(900\ m^2/s^2)} = 30\ m/s = 108\ km/h$

Der Fahrer drückt mit 525 N auf den Sitz. Ab 108 km/h hebt das Auto ab.

Kreisbewegung und Gravitation (Fortsetzung)

Physik · Klasse 11 · mittel · Lösungen

vitus-tutoring.de

Name: _____ Datum: _____

kostenlos, mit Lösungen

4 Rechne mit der Gravitation.

An der Oberfläche eines Himmelskörpers gilt $g = \frac{G \cdot M}{R^2}$. Im Abstand r vom Erdmittelpunkt: $g(r) = g0 \cdot (\frac{R}{r})^2$, Erdradius R = 6400 km.

a) Berechne die Fallbeschleunigung auf dem Mond: M = 7,35 · 10^{22} kg, R = 1,74 · 10^{6} m.

$g = \frac{G \cdot M}{R^2}$

$g = \frac{6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2/kg^2 \cdot 7{,}35 \cdot 10^{22}\ kg}{(1{,}74 \cdot 10^{6}\ m)^2}$

$g \approx 1{,}6\ m/s^2$

Auf dem Mond ist g etwa ein Sechstel des Werts auf der Erde.

b) Wie groß ist g in der Höhe der ISS, 400 km über dem Boden? Was folgt daraus für die Astronauten?

Abstand vom Erdmittelpunkt: r = 6400 km + 400 km = 6800 km

$g(r) = g0 \cdot (\frac{R}{r})^2 = 10\ m/s^2 \cdot (\frac{6400\ km}{6800\ km})^2$

$g \approx 8{,}9\ m/s^2$

Das sind fast 90 % des Werts am Boden. Die Astronauten schweben also nicht, weil die Gravitation fehlt, sondern weil sie mit ihrer Station frei um die Erde fallen.

c) In welcher Höhe über dem Erdboden beträgt g nur noch 2,5 m/s²?

$\frac{g}{g0} = (\frac{R}{r})^2 = \frac{2{,}5}{10} = 0{,}25$

Wurzel ziehen: $\frac{R}{r} = \sqrt{0{,}25} = 0{,}5$*, also r = 2 · R = 12 800 km (Abstand vom Erdmittelpunkt)*

Höhe über dem Boden: 12 800 km - 6400 km = 6400 km

Kreisbewegung und Gravitation (Fortsetzung)

Physik · Klasse 11 · mittel · Lösungen

vitus-tutoring.de

Name: _____ Datum: _____

kostenlos, mit Lösungen

5 Berechne die Satellitenbahn.

Die Gravitation ist die Zentripetalkraft: $\frac{G \cdot M \cdot m}{r^2} = \frac{m \cdot v^2}{r}$, also $v = \sqrt{(\frac{G \cdot M}{r})}$. Umlaufdauer $T = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{v}$. Erdmasse $M = 6{,}0 \cdot 10^{24}$ kg.

a) Berechne Bahngeschwindigkeit und Umlaufdauer der ISS (Bahnradius r = 6800 km).

$v = \sqrt{(\frac{G \cdot M}{r})}$

$r = 6800\ km = 6{,}8 \cdot 10^6\ m$

$v = \sqrt{(\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2/kg^2 \cdot 6{,}0 \cdot 10^{24}\ kg}{6{,}8 \cdot 10^6\ m})} \approx 7670\ m/s \approx 7{,}7\ km/s$

$T = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{v} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 6{,}8 \cdot 10^6\ m}{7670\ m/s} \approx 5570\ s \approx 93\ min$

Die ISS fliegt mit 7,7 km/s und umrundet die Erde in 93 min, also gut 15-mal am Tag.

b) Ein Astronaut (120 kg mit Anzug) schwebt beim Außeneinsatz neben der ISS (420 t). Stell für ihn die Gleichung Gravitationskraft = Zentripetalkraft mit seiner Masse auf und löse nach v auf. Braucht er eine andere Geschwindigkeit als die ISS? Was folgt daraus?

$\frac{G \cdot M \cdot 120\ kg}{r^2} = \frac{120\ kg \cdot v^2}{r}$

Die 120 kg stehen auf beiden Seiten und fallen weg: $v = \sqrt{(\frac{G \cdot M}{r})} \approx 7{,}7$ km/s, genau wie bei der 420 t schweren ISS.

v hängt nur von Erdmasse und Bahnradius ab. Der Astronaut fliegt mit der ISS mit und bleibt neben ihr, ohne dass ihn etwas festhält.