Stammfunktionen

Mathematik · Klasse 12 · mittel · Lösungen

vitus-tutoring.de

kostenlos, mit Lösungen

Name: _____ Datum: _____

1 Schreibe f als Potenz und bilde dann eine Stammfunktion.

Brüche und Wurzeln erst als Potenz schreiben: $1/(x^2) = x^{-2}$ und $\sqrt{x} = x^{1/2}$. Dann wie immer Hochzahl um 1 erhöhen und durch die neue Hochzahl teilen. Beispiel: $10/(x^6) = 10 \cdot x^{-6} \rightarrow 10 \cdot x^{-5} : (-5) = -2/(x^5)$.

a) $f(x) = 2/(x^2)$

$f(x) = 2 \cdot x^{-2}$

$F(x) = 2 \cdot x^{-1} : (-1) + C = -\frac{2}{x} + C$

b) $f(x) = 3\sqrt{x}$

$f(x) = 3 \cdot x^{1/2}$

$F(x) = 3 \cdot x^{3/2} : \frac{3}{2} + C = 2 \cdot x^{3/2} + C = 2x\sqrt{x} + C$

c) $f(x) = 4/\sqrt{x}$

$f(x) = 4 \cdot x^{-1/2}$

$F(x) = 4 \cdot x^{1/2} : \frac{1}{2} + C = 8\sqrt{x} + C$

d) $f(x) = 8/(x^3)$

$f(x) = 8 \cdot x^{-3}$

$F(x) = 8 \cdot x^{-2} : (-2) + C = -4/(x^2) + C$

e) $f(x) = 6\sqrt{x}$

$f(x) = 6 \cdot x^{1/2}$

$F(x) = 6 \cdot x^{3/2} : \frac{3}{2} + C = 4 \cdot x^{3/2} + C = 4x\sqrt{x} + C$

f) $f(x) = 3/\sqrt{x}$

$f(x) = 3 \cdot x^{-1/2}$

$F(x) = 3 \cdot x^{1/2} : \frac{1}{2} + C = 6\sqrt{x} + C$

2 Bilde eine Stammfunktion.

Jeden Summanden einzeln: $x^3 \rightarrow \frac{1}{4} x^4$, $x^2 \rightarrow \frac{1}{3} x^3$, $x \rightarrow \frac{1}{2} x^2$. Kürzen, wo es geht: $6x^2 \rightarrow \frac{6}{3} x^3 = 2x^3$.

a) $f(x) = 6x^3 + x^2 - x + 2$ $F(x) = \frac{3}{2} x^4 + \frac{1}{3} x^3 - \frac{1}{2} x^2 + 2x + C$

Stammfunktionen (Fortsetzung)

Mathematik · Klasse 12 · mittel · Lösungen

vitus-tutoring.de

kostenlos, mit Lösungen

Name: _____ Datum: _____

b) $f(x) = 3x^3 - 5x^2 + 6x - 3$ $F(x) = \frac{3}{4}x^4 - \frac{5}{3}x^3 + 3x^2 - 3x + C$

c) $f(x) = 6x^3 - 5x^2 - 5x - 3$ $F(x) = \frac{3}{2}x^4 - \frac{5}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 - 3x + C$

d) $f(x) = 5x^3 + x^2 + 6x - 4$ $F(x) = \frac{5}{4}x^4 + \frac{1}{3}x^3 + 3x^2 - 4x + C$

e) $f(x) = 2x^3 - x^2 - 5x - 4$ $F(x) = \frac{1}{2}x^4 - \frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 - 4x + C$

3 Bilde eine Stammfunktion. Achte auf die innere Funktion.

$(e^x)' = e^x$, $(\sin x)' = \cos x$, $(\cos x)' = -\sin x$, $(\ln|x|)' = \frac{1}{x}$. Steht $mx + b$ in der Klammer, teilst du zusätzlich durch m. Probe: F ableiten muss f ergeben.

a) $f(x) = -2e^{-2x}$

Innere Ableitung -2, also durch (-2) teilen

$F(x) = e^{-2x} + C$

b) $f(x) = 10\cos(5x)$

Innere Ableitung 5, also durch 5 teilen

$F(x) = 2\sin(5x) + C$

c) $f(x) = 2\sin(2x)$

sin wird zu -cos. Innere Ableitung 2, also durch 2 teilen

$F(x) = -\cos(2x) + C$

d) $f(x) = \frac{6}{x}$ $F(x) = 6\ln|x| + C$

e) $f(x) = e^{5x-2}$

Innere Ableitung 5, also durch 5 teilen

$F(x) = \frac{1}{5}e^{5x-2} + C$

Stammfunktionen (Fortsetzung)

Mathematik · Klasse 12 · mittel · Lösungen

vitus-tutoring.de

kostenlos, mit Lösungen

Name: _____ Datum: _____

4 Bestimme die Stammfunktion, deren Graph durch P geht.

Erst F(x) mit + C aufschreiben. Dann x und y von P einsetzen und nach C auflösen.

a) $f(x) = -6x^2 + 2x$, P(1 | 2)

$F(x) = -2x^3 + x^2 + C$

$F(1) = -2 + 1 + C = -1 + C$

$-1 + C = 2$, also $C = 3$

$F(x) = -2x^3 + x^2 + 3$

b) $f(x) = 9x^2 - 4x$, P(2 | 18)

$F(x) = 3x^3 - 2x^2 + C$

$F(2) = 24 - 8 + C = 16 + C$

$16 + C = 18$, also $C = 2$

$F(x) = 3x^3 - 2x^2 + 2$

c) $f(x) = 3x^2 + 4x$, P(1 | -2)

$F(x) = x^3 + 2x^2 + C$

$F(1) = 1 + 2 + C = 3 + C$

$3 + C = -2$, also $C = -5$

$F(x) = x^3 + 2x^2 - 5$

d) $f(x) = 6x^2 - 2x$, P(1 | -1)

$F(x) = 2x^3 - x^2 + C$

$F(1) = 2 - 1 + C = 1 + C$

$1 + C = -1$, also $C = -2$

$F(x) = 2x^3 - x^2 - 2$