Quader im Raum

Mathematik · Klasse 12 · mittel · Lösungen

vitus-tutoring.de

kostenlos, mit Lösungen

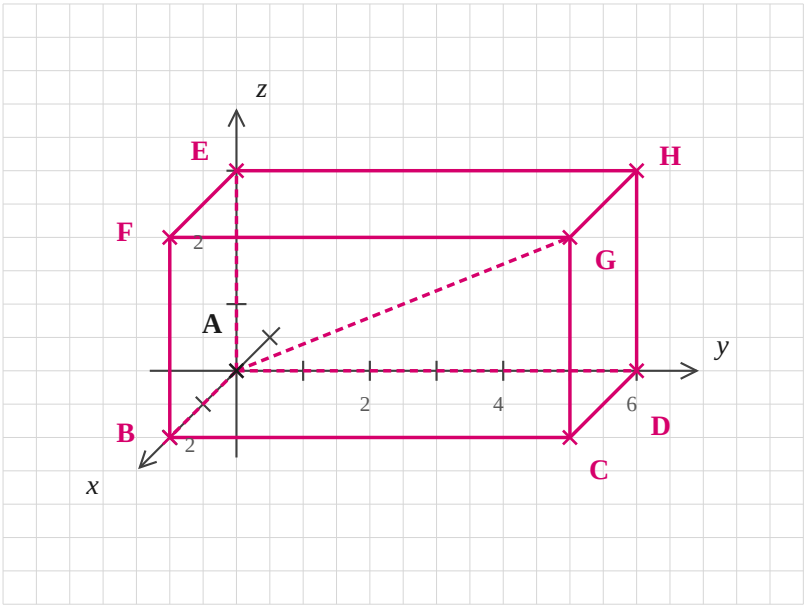
Name: _____ Datum: _____

Der Quader ABCDEFGH: Boden (Grundfläche) ABCD, Deckel (Deckfläche) EFGH. E liegt über A, F über B, G über C, H über D. AB ist parallel zur x-Achse (Länge a), AD zur y-Achse (Länge b), AE zur z-Achse (Länge c).

1 Zeichne den Quader und die Raumdiagonale AG.

Die Raumdiagonale geht von A quer durch den Quader nach G. Länge: $\sqrt{(a^2 + b^2 + c^2)}$.

a) Zeichne den Quader mit A(0 | 0 | 0), a = 2, b = 6, c = 3. Zeichne die Raumdiagonale AG ein, gib G an und berechne die Länge von AG.



Punkt	G
x	*2*
y	*6*
z	*3*

$|AG| = \sqrt{(2^2 + 6^2 + 3^2)} = \sqrt{49} = 7$ LE

2 Berechne die Länge der Flächendiagonale.

Such die zwei Kanten der Fläche. Kanten in x-Richtung sind a lang, in y-Richtung b, in z-Richtung c. Dann d = $\sqrt{(\text{Kante}^2 + \text{Kante}^2)}$.

a) a = 5, b = 8, c = 15: Diagonale der Fläche BCGF (vorne)

Kanten b und c: $d = \sqrt{(8^2 + 15^2)} = \sqrt{289} = 17$ LE

b) a = 12, b = 8, c = 16: Diagonale der Fläche ABFE (links)

Kanten a und c: $d = \sqrt{(12^2 + 16^2)} = \sqrt{400} = 20$ LE

c) a = 3, b = 3, c = 4: Diagonale der Fläche DCGH (rechts)

Kanten a und c: $d = \sqrt{(3^2 + 4^2)} = \sqrt{25} = 5$ LE

Quader im Raum (Fortsetzung)

Mathematik · Klasse 12 · mittel · Lösungen

vitus-tutoring.de

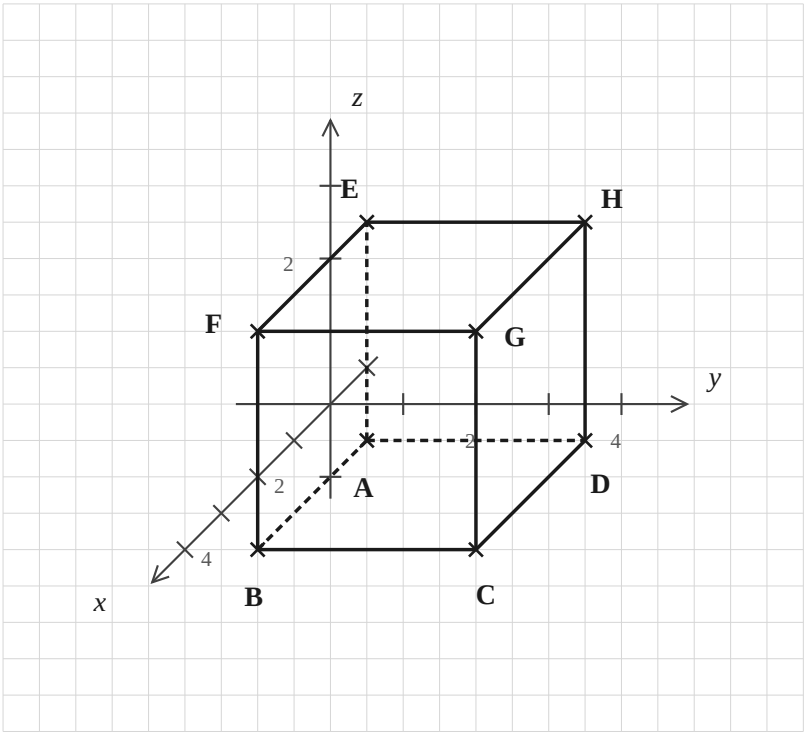
kostenlos, mit Lösungen

Name: _____ Datum: _____

3 Lies A und G ab und berechne die Kantenlängen.

a ist der Unterschied der x-Werte von A und G, b der y-Werte, c der z-Werte.

a) Der Boden ABCD liegt in der xy-Ebene, A aber nicht im Ursprung. Gib A und G an und berechne daraus a, b und c.



Punkt	A	G
x	*1*	*4*
y	*1*	*4*
z	*0*	*3*

a = 4 - 1 = 3, b = 4 - 1 = 3, c = 3 - 0 = 3

4 Gib alle übrigen Ecken an.

AG ist eine Raumdiagonale. Jede Ecke nimmt ihre x-, y- und z-Koordinate entweder von A oder von G (B: x von G, D: y von G, E: z von G).

a) A(1 | 2 | 0), G(5 | 4 | 5)

B(5 | 2 | 0), C(5 | 4 | 0), D(1 | 4 | 0)

E(1 | 2 | 5), F(5 | 2 | 5), H(1 | 4 | 5)

b) A(-2 | 1 | 0), G(3 | 3 | 5)

B(3 | 1 | 0), C(3 | 3 | 0), D(-2 | 3 | 0)

E(-2 | 1 | 5), F(3 | 1 | 5), H(-2 | 3 | 5)

Quader im Raum (Fortsetzung)

Mathematik · Klasse 12 · mittel · Lösungen

vitus-tutoring.de

kostenlos, mit Lösungen

Name: _____ Datum: _____

c) A(-1 | -1 | 0), G(-2 | 4 | 4)

B(-2 | -1 | 0), C(-2 | 4 | 0), D(-1 | 4 | 0)

E(-1 | -1 | 4), F(-2 | -1 | 4), H(-1 | 4 | 4)

5 Gib den gesuchten Eckpunkt an.

Addiere a zu x, b zu y, c zu z, je nachdem, welche Kanten du von A aus gehst.

a) A(4 | 2 | 0), a = 4, b = 5, c = 4, gesucht: F

F: von A aus a nach vorn, c nach oben

F(4 + 4 | 2 | 0 + 4) = F(8 | 2 | 4)

b) A(3 | 1 | 0), a = 4, b = 6, c = 2, gesucht: G

G: von A aus a nach vorn, b nach rechts, c nach oben

G(3 + 4 | 1 + 6 | 0 + 2) = G(7 | 7 | 2)

c) A(4 | 4 | 0), a = 6, b = 6, c = 4, gesucht: H

H: von A aus b nach rechts, c nach oben

H(4 | 4 + 6 | 0 + 4) = H(4 | 10 | 4)

6 Berechne Kanten, Volumen und Raumdiagonale.

a = x von G - x von A, genauso b und c. $V = a \cdot b \cdot c$, $d = \sqrt{(a^2 + b^2 + c^2)}$.

a) A(3 | 1 | 2), G(7 | 5 | 9)

a = 7 - 3 = 4, b = 5 - 1 = 4, c = 9 - 2 = 7

V = 4 · 4 · 7 = 112 VE

d = √(16 + 16 + 49) = √81 = 9 LE

b) A(2 | 4 | 0), G(9 | 10 | 6)

a = 9 - 2 = 7, b = 10 - 4 = 6, c = 6 - 0 = 6

V = 7 · 6 · 6 = 252 VE

d = √(49 + 36 + 36) = √121 = 11 LE

c) A(4 | 4 | 0), G(16 | 8 | 3)

a = 16 - 4 = 12, b = 8 - 4 = 4, c = 3 - 0 = 3

V = 12 · 4 · 3 = 144 VE

d = √(144 + 16 + 9) = √169 = 13 LE

7 Berechne den Abstand der Punkte.

Erst den Vektor PQ = Q - P, dann seine Länge: √(x² + y² + z²).

a) P(4 | 3 | 4), Q(10 | 0 | 6)

PQ = Q - P = (6 | -3 | 2)

|PQ| = √(36 + 9 + 4) = √49 = 7 LE

b) P(1 | -1 | 4), Q(9 | -5 | 3)

PQ = Q - P = (8 | -4 | -1)

|PQ| = √(64 + 16 + 1) = √81 = 9 LE

c) P(1 | 0 | 1), Q(7 | -9 | -1)

PQ = Q - P = (6 | -9 | -2)

|PQ| = √(36 + 81 + 4) = √121 = 11 LE

Quader im Raum (Fortsetzung)

Mathematik · Klasse 12 · mittel · Lösungen

vitus-tutoring.de

kostenlos, mit Lösungen

Name: _____ Datum: _____

8 Beweise die Eigenschaft des Dreiecks.

Gleichschenklig: zwei Seiten gleich lang. Gleichseitig: alle drei gleich lang. Rechtwinklig: Für die längste Seite c gilt $c^2 = a^2 + b^2$ (Umkehrung des Pythagoras), der rechte Winkel liegt ihr gegenüber. Dafür reichen die Quadrate der Längen, die Wurzel brauchst du nicht.

a) A(0 | -3 | 1), B(1 | 0 | 1), C(2 | -2 | -1): Zeige, dass ABC gleichschenklig ist.

Zu zeigen: Zwei Seiten sind gleich lang.

$|AB| = \sqrt{(1^2 + 3^2)} = \sqrt{10}$

$|BC| = \sqrt{(1^2 + (-2)^2 + (-2)^2)} = \sqrt{9} = 3$

$|AC| = \sqrt{(2^2 + 1^2 + (-2)^2)} = \sqrt{9} = 3$

$|BC| = |AC|$, also ist ABC gleichschenklig mit der Spitze C.

b) A(3 | -4 | -2), B(1 | -2 | -2), C(3 | -2 | 0): Zeige, dass ABC gleichseitig ist.

Zu zeigen: Alle drei Seiten sind gleich lang.

$|AB| = \sqrt{((-2)^2 + 2^2)} = \sqrt{8}$

$|BC| = \sqrt{(2^2 + 2^2)} = \sqrt{8}$

$|AC| = \sqrt{(2^2 + 2^2)} = \sqrt{8}$

Alle drei Seiten sind $\sqrt{8}$ lang, also ist ABC gleichseitig.

c) A(-1 | -3 | 2), B(-2 | -2 | 0), C(-4 | -2 | 1): Zeige, dass ABC rechtwinklig ist.

Zu zeigen: Für die längste Seite c gilt $c^2 = a^2 + b^2$.

$|AB|^2 = (-1)^2 + 1^2 + (-2)^2 = 6$

$|BC|^2 = (-2)^2 + 1^2 = 5$

$|AC|^2 = (-3)^2 + 1^2 + (-1)^2 = 11$

$|AB|^2 + |BC|^2 = 6 + 5 = 11 = |AC|^2$

Also ist ABC rechtwinklig, der rechte Winkel liegt bei B.