Pyramiden im Raum

Mathematik · Klasse 12 · mittel · Lösungen

vitus-tutoring.de

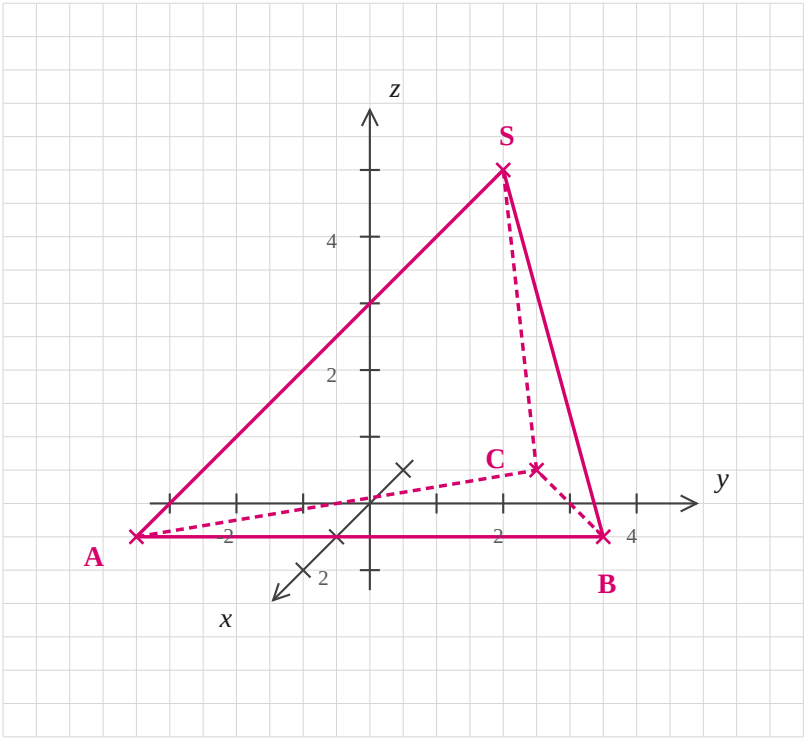
kostenlos, mit Lösungen

Name: _____ Datum: _____

1 Zeichne die dreiseitige Pyramide.

Erst die drei Grundpunkte eintragen und verbinden, dann die Spitze und die Kanten zur Spitze. Verdeckte Kanten gestrichelt.

a) Zeichne die Pyramide mit A(1 | -3 | 0), B(1 | 4 | 0), C(-1 | 2 | 0), S(0 | 2 | 5).



2 Gerade Pyramide: Berechne S und die Länge der Seitenkante AS.

A und C sind gegenüberliegende Ecken der rechteckigen Grundfläche in der xy-Ebene, S liegt h über der Mitte M von AC. Dann AS = S - A und |AS| = √(x² + y² + z²).

a) A(0 | 0 | 0), C(12 | 4 | 0), h = 3

M(6 | 2 | 0), S(6 | 2 | 3)

AS = (6 | 2 | 3)

|AS| = √(36 + 4 + 9) = √49 = 7 LE

b) A(0 | 0 | 0), C(8 | 8 | 0), h = 2

M(4 | 4 | 0), S(4 | 4 | 2)

AS = (4 | 4 | 2)

|AS| = √(16 + 16 + 4) = √36 = 6 LE

Pyramiden im Raum (Fortsetzung)

Mathematik · Klasse 12 · mittel · Lösungen

vitus-tutoring.de

kostenlos, mit Lösungen

Name: _____ Datum: _____

c) A(0 | 0 | 0), C(16 | 2 | 0), h = 4

M(8 | 1 | 0), S(8 | 1 | 4)

AS = (8 | 1 | 4)

|AS| = √(64 + 1 + 16) = √81 = 9 LE

d) A(0 | 0 | 0), C(16 | 8 | 0), h = 8

M(8 | 4 | 0), S(8 | 4 | 8)

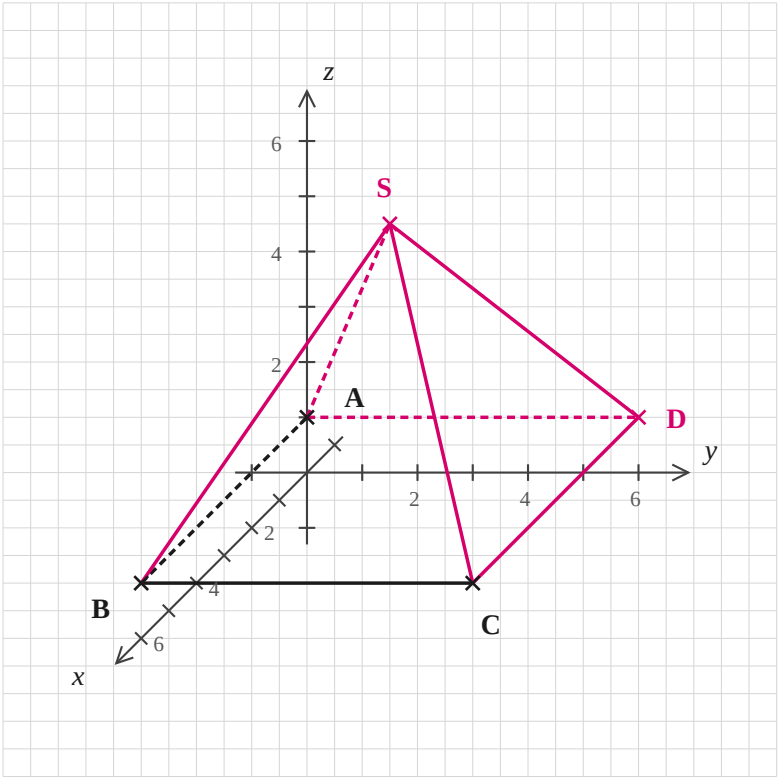
AS = (8 | 4 | 8)

|AS| = √(64 + 16 + 64) = √144 = 12 LE

3 Zeichne die gerade quadratische Pyramide.

Im Quadrat ist der Weg von A nach D derselbe wie von B nach C: D = A + (C - B). S liegt h über der Mitte M von AC.

a) Die Pyramide ist gerade und quadratisch, h = 5, die Spitze liegt über der Grundfläche. Die Grundfläche hat die Ecken A(0 | 0 | 1), B(6 | 0 | 1), C(6 | 6 | 1) und D. Ergänze D und S und zeichne die Pyramide.



Punkt	D	S
x	*0*	*3*
y	*6*	*3*
z	*1*	*6*

Pyramiden im Raum (Fortsetzung)

Mathematik · Klasse 12 · mittel · Lösungen

vitus-tutoring.de

kostenlos, mit Lösungen

Name: _____ Datum: _____

4 Berechne die Höhe der Pyramide.

Die Grundfläche ist ein Rechteck: $G = a \cdot b$. $V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h$, also $h = 3 \cdot V : G$.

a) Rechteck a = 6, b = 2, V = 36 VE

$G = 6 \cdot 2 = 12$ FE

$h = 3 \cdot V : G = 108 : 12 = 9$ LE

b) Rechteck a = 4, b = 4, V = 48 VE

$G = 4 \cdot 4 = 16$ FE

$h = 3 \cdot V : G = 144 : 16 = 9$ LE

c) Rechteck a = 5, b = 4, V = 20 VE

$G = 5 \cdot 4 = 20$ FE

$h = 3 \cdot V : G = 60 : 20 = 3$ LE

5 Bestimme die Spitze S der geraden Pyramide. S liegt auf der positiven Seite der Grundfläche.

A und C sind gegenüberliegende Ecken der rechteckigen Grundfläche. Die Koordinate, die bei A und C 0 ist, zeigt die Ebene. Genau zu ihr kommt h dazu. Beispiel: A(0 | 0 | 0), C(0 | 6 | 4), h = 9 → M(0 | 3 | 2), S(9 | 3 | 2).

a) A(0 | 0 | 0), C(0 | 2 | 4), h = 3

Grundfläche in der yz-Ebene, h kommt zu x

M(0 | 1 | 2), S(3 | 1 | 2)

b) A(0 | 0 | 0), C(8 | 0 | 2), h = 7

Grundfläche in der xz-Ebene, h kommt zu y

M(4 | 0 | 1), S(4 | 7 | 1)

c) A(0 | 0 | 0), C(8 | 6 | 0), h = 3

Grundfläche in der xy-Ebene, h kommt zu z

M(4 | 3 | 0), S(4 | 3 | 3)

Pyramiden im Raum (Fortsetzung)

Mathematik · Klasse 12 · mittel · Lösungen

vitus-tutoring.de

kostenlos, mit Lösungen

Name: _____ Datum: _____

6 Zeige, dass die Pyramide gerade ist.

Die Grundfläche ABCD ist ein Rechteck. Gerade heißt: S liegt senkrecht über der Mitte M der Grundfläche. Liegt die Grundfläche in z = 2, ist der Fußpunkt der Höhe F = (x von S | y von S | 2). Zeige F = M. Liegt sie in x = c oder y = c, ersetzt du diese Koordinate von S durch c.

a) A(1 | 3 | -2), B(7 | 3 | -2), C(7 | 3 | 2), D(1 | 3 | 2), S(4 | 9 | 0)

Zu zeigen: Der Fußpunkt F der Höhe ist die Mitte M der Grundfläche.

Alle Ecken haben y = 3: Die Grundfläche liegt parallel zur xz-Ebene. Also F(4 | 3 | 0).

M = (A + C) : 2 = ((1 + 7) : 2 | (3 + 3) : 2 | (-2 + 2) : 2) = (4 | 3 | 0)

F = M, also ist die Pyramide gerade.

b) A(-1 | -2 | 1), B(3 | -2 | 1), C(3 | 4 | 1), D(-1 | 4 | 1), S(1 | 1 | 7)

Zu zeigen: Der Fußpunkt F der Höhe ist die Mitte M der Grundfläche.

Alle Ecken haben z = 1: Die Grundfläche liegt parallel zur xy-Ebene. Also F(1 | 1 | 1).

M = (A + C) : 2 = ((-1 + 3) : 2 | (-2 + 4) : 2 | (1 + 1) : 2) = (1 | 1 | 1)

F = M, also ist die Pyramide gerade.

c) A(3 | 2 | 1), B(3 | 6 | 1), C(3 | 6 | 3), D(3 | 2 | 3), S(7 | 4 | 2)

Zu zeigen: Der Fußpunkt F der Höhe ist die Mitte M der Grundfläche.

Alle Ecken haben x = 3: Die Grundfläche liegt parallel zur yz-Ebene. Also F(3 | 4 | 2).

M = (A + C) : 2 = ((3 + 3) : 2 | (2 + 6) : 2 | (1 + 3) : 2) = (3 | 4 | 2)

F = M, also ist die Pyramide gerade.

d) A(-1 | 2 | 0), B(3 | 2 | 0), C(3 | 2 | 2), D(-1 | 2 | 2), S(1 | 7 | 1)

Zu zeigen: Der Fußpunkt F der Höhe ist die Mitte M der Grundfläche.

Alle Ecken haben y = 2: Die Grundfläche liegt parallel zur xz-Ebene. Also F(1 | 2 | 1).

M = (A + C) : 2 = ((-1 + 3) : 2 | (2 + 2) : 2 | (0 + 2) : 2) = (1 | 2 | 1)

F = M, also ist die Pyramide gerade.