Punkte im Raum

Mathematik · Klasse 12 · mittel · Lösungen

vitus-tutoring.de

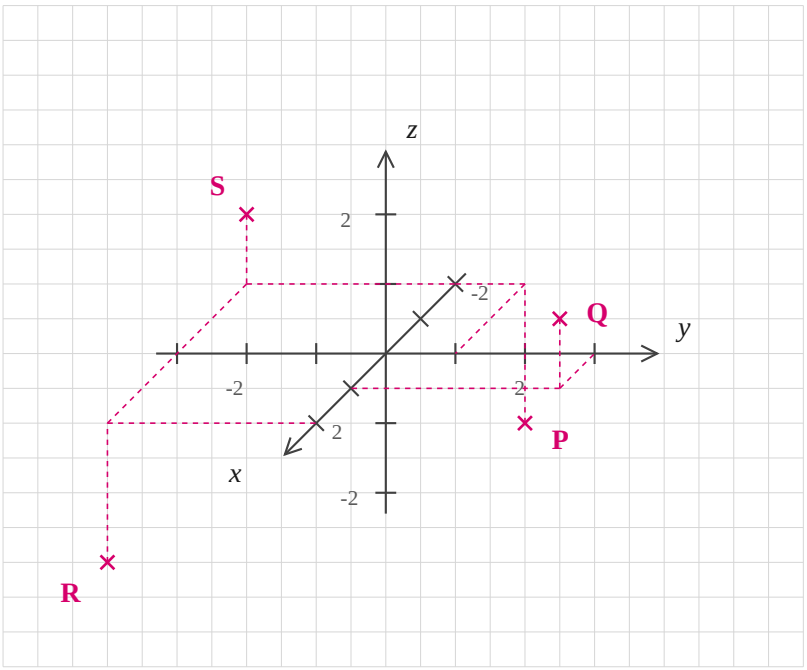
kostenlos, mit Lösungen

Name: _____ Datum: _____

1 Trag die Punkte mit Hilfslinien ein.

Geh vom Ursprung x schräg nach vorn (im Bild nach links unten, 1 Kästchen-Diagonale je Einheit), y nach rechts (2 Kästchen je Einheit), z nach oben (2 Kästchen je Einheit). Negative Werte gehen in die Gegenrichtung: x nach hinten-rechts, y nach links, z nach unten.

a) Trag P(-2 | 1 | -2), Q(1 | 3 | 1), R(2 | -3 | -2), S(-2 | -3 | 1) mit Hilfslinien ein.



2 Beschreibe die Lage aller Punkte mit …

Eine Koordinate fest: eine Ebene, parallel zur Ebene der beiden freien Achsen (y = 5: parallel zur xz-Ebene). Zwei fest: eine Gerade, parallel zur Achse der freien Koordinate. Nur wenn alle festen Zahlen 0 sind, ist es die Koordinatenebene oder Achse selbst.

a) y = 2 und z = -2 *auf der Geraden parallel zur x-Achse durch (0 | 2 | -2)*

b) y = 0 *in der xz-Ebene*

c) x = 0 und y = 5 *auf der Geraden parallel zur z-Achse durch (0 | 5 | 0)*

d) y = 0 und z = 0 *auf der x-Achse*

e) y = 3 *in der Ebene parallel zur xz-Ebene durch (0 | 3 | 0)*

Punkte im Raum (Fortsetzung)

Mathematik · Klasse 12 · mittel · Lösungen

vitus-tutoring.de

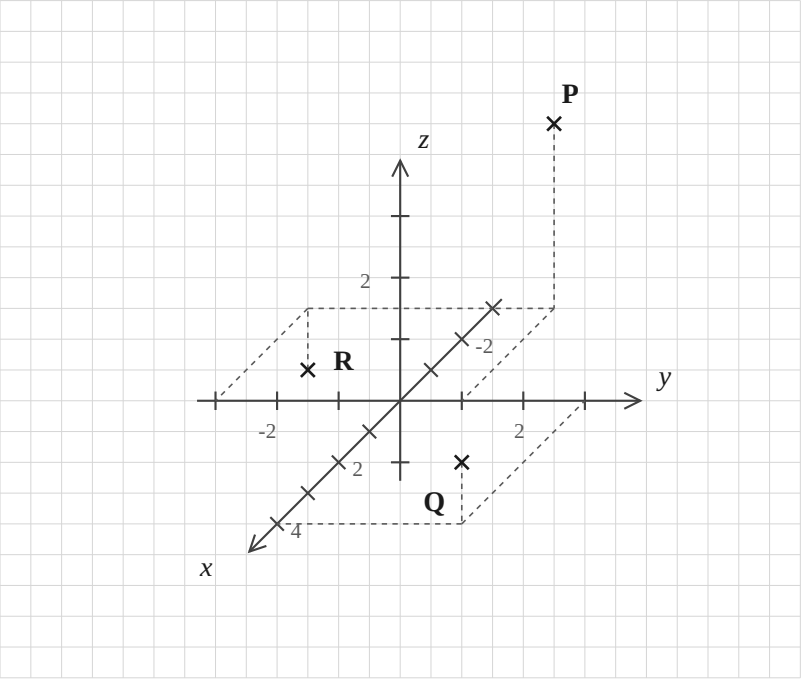
kostenlos, mit Lösungen

Name: _____ Datum: _____

3 Lies die Koordinaten ab.

Folge den Hilfslinien vom Punkt senkrecht zur xy-Ebene und von dort zu den Achsen. Auf y und z sind 2 Kästchen eine Einheit, auf x eine Kästchen-Diagonale. Geht ein Weg in die Gegenrichtung (x nach hinten, y nach links, z nach unten), ist die Koordinate negativ.

a) Gib die Koordinaten der Punkte an.



Punkt	P	Q	R
x	*-3*	*4*	*-3*
y	*1*	*3*	*-3*
z	*3*	*1*	*-1*

4 Spiegle den Punkt P.

An einer Koordinatenebene wechselt nur die Koordinate das Vorzeichen, die dort 0 ist. An einer Achse bleibt nur ihre Koordinate, die anderen beiden wechseln. Am Ursprung wechseln alle drei.

a) P(5 | -3 | 5) an der x-Achse *y und z wechseln: P'(5 | 3 | -5)*

b) P(6 | -1 | 2) am Ursprung *alle drei wechseln: P'(-6 | 1 | -2)*

c) P(5 | -2 | 5) an der z-Achse *x und y wechseln: P'(-5 | 2 | 5)*

d) P(2 | -4 | 6) an der xy-Ebene *z wechselt: P'(2 | -4 | -6)*

e) P(6 | -4 | 1) an der y-Achse *x und z wechseln: P'(-6 | -4 | -1)*

Punkte im Raum (Fortsetzung)

Mathematik · Klasse 12 · mittel · Lösungen

vitus-tutoring.de

kostenlos, mit Lösungen

Name: _____ Datum: _____

5 Berechne den Mittelpunkt M der Strecke AC.

M = (A + C) : 2, also jede Koordinate einzeln: (Anfang + Ende) : 2. Negative Zahlen in Klammern.

a) A(5 | -3 | 2), C(9 | 5 | -1)

M = ((5 + 9) : 2 | (-3 + 5) : 2 | (2 + (-1)) : 2)

M(7 | 1 | 0,5)

b) A(5 | -1 | 0), C(3 | -5 | 2)

M = ((5 + 3) : 2 | (-1 + (-5)) : 2 | (0 + 2) : 2)

M(4 | -3 | 1)

c) A(1 | 0 | 2), C(-1 | -2 | 2)

M = ((1 + (-1)) : 2 | (0 + (-2)) : 2 | (2 + 2) : 2)

M(0 | -1 | 2)

d) A(3 | 1 | 1), C(-1 | -3 | 1)

M = ((3 + (-1)) : 2 | (1 + (-3)) : 2 | (1 + 1) : 2)

M(1 | -1 | 1)

6 Wahr oder falsch? Begründe kurz.

Überleg, welche Koordinaten fest und welche frei sind. Denk auch an negative Werte.

a) P(1 | 1 | -2) und Q(2 | 0 | -5) liegen auf verschiedenen Seiten der xy-Ebene.

falsch: beide z-Werte sind negativ, beide Punkte liegen unter der xy-Ebene

b) Alle Punkte mit x = -2 und y = 2 liegen auf einer Geraden parallel zur z-Achse.

wahr: x und y sind fest, nur z ist frei

c) Alle Punkte mit x = 5 liegen in einer Ebene parallel zur xy-Ebene.

falsch: x ist fest, y und z sind frei. Die Ebene ist parallel zur yz-Ebene.

d) P(0 | 0 | -4) liegt in der yz-Ebene.

wahr: x = 0. P liegt sogar auf der z-Achse, und die liegt in der yz-Ebene.

Punkte im Raum (Fortsetzung)

Mathematik · Klasse 12 · mittel · Lösungen

vitus-tutoring.de

kostenlos, mit Lösungen

Name: _____ Datum: _____

7 Zeige, dass ABCD ein Parallelogramm ist.

Schreib zuerst auf, was zu zeigen ist: AB = DC. Dann rechnest du beide Vektoren aus und schließt mit „Also ist …“.

a) A(4 | 3 | 3), B(8 | 7 | 1), C(7 | 8 | -2), D(3 | 4 | 0)

Zu zeigen: AB = DC.

AB = B - A = (8 - 4 | 7 - 3 | 1 - 3) = (4 | 4 | -2)

DC = C - D = (7 - 3 | 8 - 4 | -2 - 0) = (4 | 4 | -2)

AB = DC, also ist ABCD ein Parallelogramm.

b) A(-1 | 0 | -2), B(1 | 4 | 1), C(3 | 6 | 0), D(1 | 2 | -3)

Zu zeigen: AB = DC.

AB = B - A = (1 - (-1) | 4 - 0 | 1 - (-2)) = (2 | 4 | 3)

DC = C - D = (3 - 1 | 6 - 2 | 0 - (-3)) = (2 | 4 | 3)

AB = DC, also ist ABCD ein Parallelogramm.

8 Ist ABCD ein Parallelogramm? Prüfe mit den Diagonalen.

Im Parallelogramm halbieren sich die Diagonalen AC und BD. Berechne beide Mitten: Sind sie gleich, ist ABCD ein Parallelogramm, sonst nicht.

a) A(-1 | 3 | -1), B(-1 | 2 | 3), C(-3 | 5 | 2), D(-3 | 6 | -2)

Mitte von AC: ((-1 + (-3)) : 2 | (3 + 5) : 2 | (-1 + 2) : 2) = (-2 | 4 | 0,5)

Mitte von BD: ((-1 + (-3)) : 2 | (2 + 6) : 2 | (3 + (-2)) : 2) = (-2 | 4 | 0,5)

Die Diagonalen haben dieselbe Mitte, sie halbieren sich. Also ist ABCD ein Parallelogramm.

b) A(-1 | 4 | 0), B(0 | 2 | 2), C(-3 | 2 | 1), D(-3 | 4 | -1)

Mitte von AC: ((-1 + (-3)) : 2 | (4 + 2) : 2 | (0 + 1) : 2) = (-2 | 3 | 0,5)

Mitte von BD: ((0 + (-3)) : 2 | (2 + 4) : 2 | (2 + (-1)) : 2) = (-1,5 | 3 | 0,5)

Die Mitten sind verschieden, die Diagonalen halbieren sich nicht. Also ist ABCD kein Parallelogramm.