Binomialverteilung

Mathematik · Klasse 12 · mittel · Lösungen

vitus-tutoring.de

kostenlos, mit Lösungen

Name: _____ Datum: _____

1 Lies n, p und k ab und berechne die Wahrscheinlichkeit.

Schreib zuerst auf, was X zählt. Dann $P(X = k) = (n \text{ über } k) \cdot p^k \cdot (1 - p)^{n-k}$. Runde auf drei Nachkommastellen.

a) Du wirfst eine Münze 7-mal. Wie wahrscheinlich fällt genau 2-mal Kopf?

X = Anzahl Kopf, $n = 7$, $p = 0{,}5$, $k = 2$

$(7 \text{ über } 2) = 21$

$P(X = 2) = 21 \cdot 0{,}5^2 \cdot 0{,}5^5 \approx 0{,}164$

b) In einer großen Lostrommel gewinnt jedes fünfte Los. Du ziehst 5 Lose. Wie wahrscheinlich sind genau 2 Gewinne dabei?

X = Anzahl der Gewinne, $n = 5$, $p = 0{,}2$, $k = 2$

$(5 \text{ über } 2) = 10$

$P(X = 2) = 10 \cdot 0{,}2^2 \cdot 0{,}8^3 \approx 0{,}205$

c) Emre trifft beim Dosenwerfen mit 30 % Wahrscheinlichkeit. Er wirft 9-mal. Wie wahrscheinlich trifft er genau 4-mal?

X = Anzahl der Treffer, $n = 9$, $p = 0{,}3$, $k = 4$

$(9 \text{ über } 4) = 126$

$P(X = 4) = 126 \cdot 0{,}3^4 \cdot 0{,}7^5 \approx 0{,}172$

2 Berechne die Wahrscheinlichkeit als Summe.

Zähle alle passenden Werte zusammen: $P(X \le 2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2)$. Bei $n = 5$ ist $P(X \ge 4) = P(X = 4) + P(X = 5)$.

a) $n = 5$, $p = 0{,}4$: $P(3 \le X \le 4)$

$P(X = 3) = 10 \cdot 0{,}4^3 \cdot 0{,}6^2 = 0{,}2304$

$P(X = 4) = 5 \cdot 0{,}4^4 \cdot 0{,}6 = 0{,}0768$

$P(3 \le X \le 4) = 0{,}2304 + 0{,}0768 = 0{,}3072 \approx 0{,}307$

Binomialverteilung (Fortsetzung)

Mathematik · Klasse 12 · mittel · Lösungen

vitus-tutoring.de

kostenlos, mit Lösungen

Name: _____ Datum: _____

b) n = 4, p = 0,25: P(X ≤ 1)

P(X = 0) = 0,75⁴ ≈ 0,316

P(X = 1) = 4 · 0,25 · 0,75³ ≈ 0,422

P(X ≤ 1) ≈ 0,316 + 0,422 = 0,738

c) n = 4, p = 0,5: P(X ≥ 3)

P(X = 3) = 4 · 0,5³ · 0,5 = 0,25

P(X = 4) = 0,5⁴ = 0,0625

P(X ≥ 3) = 0,25 + 0,0625 = 0,3125 ≈ 0,313

3 Rechne über das Gegenereignis.

„Mindestens ein Treffer“ ist das Gegenteil von „kein Treffer“: P(X ≥ 1) = 1 - P(X = 0). Bei „mindestens zwei“ ziehst du auch P(X = 1) ab.

a) Jedes zehnte Überraschungsei enthält eine Figur. Du kaufst 10 Eier. Wie wahrscheinlich ist mindestens eine Figur dabei?

P(X = 0) = 0,9¹⁰ ≈ 0,349

P(X ≥ 1) = 1 - P(X = 0) ≈ 1 - 0,349 = 0,651

b) Ein Glücksrad bleibt mit p = 0,25 auf Rot stehen. Du drehst 9-mal. Wie wahrscheinlich kommt mindestens zweimal Rot?

P(X = 0) = 0,75⁹ ≈ 0,075

P(X = 1) = 9 · 0,25 · 0,75⁸ ≈ 0,225

P(X ≥ 2) = 1 - P(X = 0) - P(X = 1) ≈ 1 - 0,075 - 0,225 = 0,700

c) Jedes fünfte Los gewinnt. Du kaufst 4 Lose. Wie wahrscheinlich ist mindestens ein Gewinn dabei?

P(X = 0) = 0,8⁴ ≈ 0,410

P(X ≥ 1) = 1 - P(X = 0) ≈ 1 - 0,410 = 0,590

d) Emre trifft beim Dosenwerfen mit p = 0,3. Er wirft 5-mal. Wie wahrscheinlich trifft er mindestens zweimal?

$P(X = 0) = 0{,}7^5 \approx 0{,}168$

$P(X = 1) = 5 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}7^4 \approx 0{,}360$

$P(X \geq 2) = 1 - P(X = 0) - P(X = 1) \approx 1 - 0{,}168 - 0{,}360 = 0{,}472$

4 Berechne E(X) und σ. Gib den Bereich E(X) ± 2σ an.

$E(X) = n \cdot p$ und $\sigma = \sqrt{(n \cdot p \cdot (1 - p))}$. Zwischen $E(X) - 2\sigma$ und $E(X) + 2\sigma$ liegen rund 95 % aller Ergebnisse.

a) n = 150, p = 0,6

$E(X) = 150 \cdot 0{,}6 = 90$

$\sigma = \sqrt{(150 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}4)} = \sqrt{36} = 6$

$E(X) \pm 2\sigma$: von 90 - 12 = 78 bis 90 + 12 = 102

b) n = 144, p = 0,5

$E(X) = 144 \cdot 0{,}5 = 72$

$\sigma = \sqrt{(144 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}5)} = \sqrt{36} = 6$

$E(X) \pm 2\sigma$: von 72 - 12 = 60 bis 72 + 12 = 84

c) n = 196, p = 0,5

$E(X) = 196 \cdot 0{,}5 = 98$

$\sigma = \sqrt{(196 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}5)} = \sqrt{49} = 7$

$E(X) \pm 2\sigma$: von 98 - 14 = 84 bis 98 + 14 = 112