Bedingte Wahrscheinlichkeit

Mathematik · Klasse 12 · mittel · Lösungen

vitus-tutoring.de

kostenlos, mit Lösungen

Name: _____ Datum: _____

1 Stelle die Vierfeldertafel auf und berechne die bedingten Wahrscheinlichkeiten.

Zeilen A und nicht A, Spalten B und nicht B, außen die Summen. Fehlende Felder bekommst du durch Addieren und Subtrahieren. Für P(B | A) teilst du das gemeinsame Feld durch die Summe von A. Runde auf drei Nachkommastellen.

a) Im Reparaturladen stehen 200 Handys, 80 davon sind älter als drei Jahre. Bei 64 der alten und bei 24 der 120 neueren Handys ist der Akku schwach. Gesucht: P(Akku schwach | alt) und P(alt | Akku schwach).

Spalten: Akku schwach | Akku gut | Summe

Alt: 64 | 80 - 64 = 16 | 80

Neu: 24 | 120 - 24 = 96 | 120

Summe: 64 + 24 = 88 | 16 + 96 = 112 | 200

P(Akku schwach | alt) = $\frac{64}{80} = \frac{4}{5} = 0{,}8$

P(alt | Akku schwach) = $\frac{64}{88} = \frac{8}{11} \approx 0{,}727$

b) Von 200 Fahrgästen sind 100 Schüler, 80 davon haben ein Deutschlandticket. Von den 100 Erwachsenen haben 10 eins. Gesucht: P(Ticket | Schüler) und P(Schüler | Ticket).

Spalten: Ticket | kein Ticket | Summe

Schüler: 80 | 100 - 80 = 20 | 100

Erwachsene: 10 | 100 - 10 = 90 | 100

Summe: 80 + 10 = 90 | 20 + 90 = 110 | 200

P(Ticket | Schüler) = $\frac{80}{100} = \frac{4}{5} = 0{,}8$

P(Schüler | Ticket) = $\frac{80}{90} = \frac{8}{9} \approx 0{,}889$

c) Von 100 Jugendlichen sind 40 Mädchen, 24 davon spielen im Verein. Von den 60 Jungen spielen 15 im Verein. Gesucht: P(Verein | Mädchen) und P(Mädchen | Verein).

Spalten: Verein | kein Verein | Summe

Mädchen: 24 | 40 - 24 = 16 | 40

Jungen: 15 | 60 - 15 = 45 | 60

Summe: 24 + 15 = 39 | 16 + 45 = 61 | 100

P(Verein | Mädchen) = $\frac{24}{40} = \frac{3}{5} = 0{,}6$

P(Mädchen | Verein) = $\frac{24}{39} = \frac{8}{13} \approx 0{,}615$

Bedingte Wahrscheinlichkeit (Fortsetzung)

Mathematik · Klasse 12 · mittel · Lösungen

vitus-tutoring.de

kostenlos, mit Lösungen

Name: _____ Datum: _____

2 Rechne mit dem Baumdiagramm.

Zeichne den Baum: erste Stufe A oder nicht A, zweite Stufe B oder nicht B mit den bedingten Wahrscheinlichkeiten an den Ästen. Entlang eines Pfades malnehmen, die Pfade zu B addieren. Dann P(A | B) = P(A und B) : P(B). Runde auf drei Nachkommastellen.

a) 50 % der Gäste im Kino kaufen Popcorn. Von ihnen kaufen 75 % auch ein Getränk, von den anderen 40 %. Berechne P(Getränk) und P(Popcorn | Getränk).

Baum: Popcorn 0,5, dann Getränk 0,75; kein Popcorn 0,5, dann Getränk 0,4

P(Popcorn und Getränk) = 0,5 · 0,75 = 0,375

P(kein Popcorn und Getränk) = 0,5 · 0,4 = 0,2

P(Getränk) = 0,375 + 0,2 = 0,575

P(Popcorn | Getränk) = 0,375 : 0,575 ≈ 0,652

b) 30 % der Kunden kaufen online, die anderen im Laden. Online schicken 40 % die Ware zurück, im Laden 10 %. Berechne P(Rückgabe) und P(online | Rückgabe).

Baum: online 0,3, dann Rückgabe 0,4; Laden 0,7, dann Rückgabe 0,1

P(online und Rückgabe) = 0,3 · 0,4 = 0,12

P(Laden und Rückgabe) = 0,7 · 0,1 = 0,07

P(Rückgabe) = 0,12 + 0,07 = 0,19

P(online | Rückgabe) = 0,12 : 0,19 ≈ 0,632

c) Es regnet an 20 % der Tage. An Regentagen ist der Bus zu 50 % verspätet, an anderen Tagen zu 20 %. Berechne P(verspätet) und P(Regen | verspätet).

Baum: Regen 0,2, dann verspätet 0,5; kein Regen 0,8, dann verspätet 0,2

P(Regen und verspätet) = 0,2 · 0,5 = 0,1

P(kein Regen und verspätet) = 0,8 · 0,2 = 0,16

P(verspätet) = 0,1 + 0,16 = 0,26

P(Regen | verspätet) = 0,1 : 0,26 ≈ 0,385

Bedingte Wahrscheinlichkeit (Fortsetzung)

Mathematik · Klasse 12 · mittel · Lösungen

vitus-tutoring.de

kostenlos, mit Lösungen

Name: _____ Datum: _____

3 Prüfe, ob A und B unabhängig sind.

A und B sind unabhängig, wenn P(A und B) = P(A) · P(B) ist. Rechne das Produkt aus und vergleiche.

a) P(A) = 0,6, P(B) = 0,2, P(A und B) = 0,1

P(A) · P(B) = 0,6 · 0,2 = 0,12

P(A und B) = 0,1 ≠ 0,12: A und B sind abhängig.

b) P(A) = 0,6, P(B) = 0,4, P(A und B) = 0,26

P(A) · P(B) = 0,6 · 0,4 = 0,24

P(A und B) = 0,26 ≠ 0,24: A und B sind abhängig.

c) P(A) = 0,5, P(B) = 0,25, P(A und B) = 0,125

P(A) · P(B) = 0,5 · 0,25 = 0,125

Das ist genau P(A und B): A und B sind unabhängig.

d) P(A) = 0,3, P(B) = 0,2, P(A und B) = 0,08

P(A) · P(B) = 0,3 · 0,2 = 0,06

P(A und B) = 0,08 ≠ 0,06: A und B sind abhängig.