# Produkt-, Quotienten- und Kettenregel

*Mathematik · Klasse 12 · mittel · Lösungen*

**vitus-tutoring.de**

*kostenlos, mit Lösungen*

Name: _____ Datum: _____

## 1 Leite mit der Kettenregel ab. Die innere Funktion ist hier keine Gerade.

*Innere Funktion = was in der Klammer steht. Bei $(x^2 + 7)^3$ ist die innere Ableitung 2x: $f'(x) = 3 \cdot (x^2 + 7)^2 \cdot 2x = 6x \cdot (x^2 + 7)^2$. Für Wurzeln gilt $(\sqrt{z})' = 1/(2\sqrt{z})$.*

a) $f(x) = (x^2 + 3)^3$

*Innere Funktion $x^2 + 3$, innere Ableitung 2x*

*$f'(x) = 3 \cdot (x^2 + 3)^2 \cdot 2x = 6x \cdot (x^2 + 3)^2$*

b) $f(x) = e^{-x^2}$

*Innere Funktion $-x^2$, innere Ableitung $-2x$*

*$f'(x) = -2x \cdot e^{-x^2}$*

c) $f(x) = \cos(x^2)$

*Innere Funktion $x^2$, innere Ableitung 2x*

*$f'(x) = -2x \cdot \sin(x^2)$*

d) $f(x) = \sqrt{(2x - 9)}$

*Äußere Ableitung $1/(2\sqrt{(2x - 9)})$, innere Ableitung 2*

*$f'(x) = 2/(2\sqrt{(2x - 9)}) = 1/\sqrt{(2x - 9)}$*

e) $f(x) = (x^2 + 5)^2$

*Innere Funktion $x^2 + 5$, innere Ableitung 2x*

*$f'(x) = 2 \cdot (x^2 + 5) \cdot 2x = 4x \cdot (x^2 + 5)$*

f) $f(x) = e^{-3x^2}$

*Innere Funktion $-3x^2$, innere Ableitung $-6x$*

*$f'(x) = -6x \cdot e^{-3x^2}$*

# Produkt-, Quotienten- und Kettenregel (Fortsetzung)

*Mathematik · Klasse 12 · mittel · Lösungen*

**vitus-tutoring.de**

*kostenlos, mit Lösungen*

Name: _____ Datum: _____

## 2 Leite mit der Produktregel ab und klammere aus.

*$(e^{kx})' = k \cdot e^{kx}$. Am Ende $e^{kx}$ ausklammern. Beispiel: $x \cdot e^{6x} \rightarrow e^{6x} + x \cdot 6e^{6x} = e^{6x} \cdot (6x + 1)$.*

a) $f(x) = x^3 \cdot e^{-2x}$

*$u = x^3$, $v = e^{-2x}$, $u' = 3x^2$, $v' = -2e^{-2x}$*

*$f'(x) = 3x^2 \cdot e^{-2x} - x^3 \cdot 2e^{-2x} = e^{-2x} \cdot (-2x^3 + 3x^2)$*

b) $f(x) = x \cdot e^{-x}$

*$u = x$, $v = e^{-x}$, $u' = 1$, $v' = -e^{-x}$*

*$f'(x) = e^{-x} - x \cdot e^{-x} = e^{-x} \cdot (-x + 1)$*

c) $f(x) = x^2 \cdot e^{-4x}$

*$u = x^2$, $v = e^{-4x}$, $u' = 2x$, $v' = -4e^{-4x}$*

*$f'(x) = 2x \cdot e^{-4x} - x^2 \cdot 4e^{-4x} = e^{-4x} \cdot (-4x^2 + 2x)$*

d) $f(x) = x^2 \cdot e^{-2x}$

*$u = x^2$, $v = e^{-2x}$, $u' = 2x$, $v' = -2e^{-2x}$*

*$f'(x) = 2x \cdot e^{-2x} - x^2 \cdot 2e^{-2x} = e^{-2x} \cdot (-2x^2 + 2x)$*

e) $f(x) = x^3 \cdot e^{2x}$

*$u = x^3$, $v = e^{2x}$, $u' = 3x^2$, $v' = 2e^{2x}$*

*$f'(x) = 3x^2 \cdot e^{2x} + x^3 \cdot 2e^{2x} = e^{2x} \cdot (2x^3 + 3x^2)$*

## 3 Leite mit der Quotientenregel ab.

*$(u/v)' = (u' \cdot v - u \cdot v')/v^2$. Merksatz: Nenner mal Ableitung des Zählers minus Zähler mal Ableitung des Nenners, durch Nenner hoch 2.*

a) $f(x) = (x - 4)/(x - 2)$

*$u = x - 4$, $v = x - 2$, $u' = 1$, $v' = 1$*

*$f'(x) = (1 \cdot (x - 2) - (x - 4) \cdot 1)/(x - 2)^2 = 2/(x - 2)^2$*

# Produkt-, Quotienten- und Kettenregel (Fortsetzung)

*Mathematik · Klasse 12 · mittel · Lösungen*

**vitus-tutoring.de**

*kostenlos, mit Lösungen*

Name: _____ Datum: _____

b) $f(x) = (4x + 1)/(x - 5)$

*$u = 4x + 1$, $v = x - 5$, $u' = 4$, $v' = 1$*

*$f'(x) = (4 \cdot (x - 5) - (4x + 1) \cdot 1)/(x - 5)^2 = -21/(x - 5)^2$*

c) $f(x) = x^2/(x + 2)$

*$u = x^2$, $v = x + 2$, $u' = 2x$, $v' = 1$*

*$f'(x) = (2x \cdot (x + 2) - x^2 \cdot 1)/(x + 2)^2 = (x^2 + 4x)/(x + 2)^2$*

d) $f(x) = (x - 1)/(x - 3)$

*$u = x - 1$, $v = x - 3$, $u' = 1$, $v' = 1$*

*$f'(x) = (1 \cdot (x - 3) - (x - 1) \cdot 1)/(x - 3)^2 = -2/(x - 3)^2$*

## 4 Berechne die Steigung an der Stelle x0.

*Erst f'(x) allgemein bestimmen, dann x0 einsetzen. $e^0 = 1$.*

a) $f(x) = (2x - 3)^2$, $x0 = 2$

*$f'(x) = 2 \cdot (2x - 3) \cdot 2 = 4 \cdot (2x - 3)$*

*Innen bei $x = 2$: $2 \cdot 2 - 3 = 1$*

*$f'(2) = 4 \cdot 1 = 4$*

b) $f(x) = (x + 2) \cdot e^{3x}$, $x0 = 0$

*$f'(x) = e^{3x} + (x + 2) \cdot 3e^{3x} = e^{3x} \cdot (3x + 7)$*

*$f'(0) = e^0 \cdot 7 = 7$*

c) $f(x) = x/(x - 3)$, $x0 = 4$

*$f'(x) = (1 \cdot (x - 3) - x \cdot 1)/(x - 3)^2 = -3/(x - 3)^2$*

*$f'(4) = -3/(4 - 3)^2 = -\frac{3}{1} = -3$*