

Abi-Training: Analysis

Mathematik · Klasse 12 · mittel

Name: _____ Datum: _____

Prüfungsteil Analysis. Rechenweg aufschreiben, nicht nur das Ergebnis — im Abitur zählen die Schritte.

1 Ganzrationale Funktion untersuchen

$f'(x) = 0$ gibt Extremstellen, $f''(x) = 0$ die Wendestelle. Vorzeichenwechsel von f' sagt, ob Hoch- oder Tiefpunkt.

- a) $f(x) = x^3 - 12x$. Bestimme Nullstellen, Extremstellen und Wendestelle.

$$x(x^2 - 12) = 0 \rightarrow x = 0 \text{ und } x = \pm 2\sqrt{3}$$

$$f'(x) = 3x^2 - 12 = 0 \rightarrow x^2 = 4, \text{ also } x = -2 \text{ (Hochpunkt) und } x = 2 \text{ (Tiefpunkt)}$$

$$f''(x) = 6x = 0 \rightarrow \text{Wendestelle } x = 0$$

- b) $f(x) = x^3 - 27x$. Bestimme Nullstellen, Extremstellen und Wendestelle.

- c) $f(x) = x^3 - 3x$. Bestimme Nullstellen, Extremstellen und Wendestelle.

2 Fläche berechnen

$A = F(b) - F(a)$ zwischen den Nullstellen a und b . $\int x^n dx = x^{n+1}/(n+1) + C$

- a) Berechne den Inhalt der Fläche, die $f(x) = 9 - x^2$ mit der x -Achse einschließt.

$$\text{Nullstellen: } 9 - x^2 = 0 \rightarrow x = \pm 3$$

$$F(x) = 9x - x^3/3$$

$$A = F(3) - F(-3) = 18 - (-18) = 36$$

- b) Berechne den Inhalt der Fläche, die $f(x) = 36 - x^2$ mit der x -Achse einschließt.

Abi-Training: Analysis (Fortsetzung)

Mathematik · Klasse 12 · mittel

Name: _____ Datum: _____

3 Funktion mit e-Term

Produktregel: $(u \cdot v)' = u'v + uv'$. $(e^{(kx)})' = k \cdot e^{(kx)}$

- a) $f(x) = x \cdot e^{(-5x)}$. Bestimme die Extremstelle und begründe die Art.

Produktregel: $f'(x) = e^{(-5x)} - 5x \cdot e^{(-5x)} = e^{(-5x)}(1 - 5x)$

$e^{(-5x)}$ ist nie 0, also $1 - 5x = 0 \rightarrow x = 1/5$

Davor $f' > 0$, danach $f' < 0 \rightarrow$ Hochpunkt bei $x = 1/5$

.....

- b) $f(x) = x \cdot e^{(-3x)}$. Bestimme die Extremstelle und begründe die Art.
-
-
-
-

- c) $f(x) = x \cdot e^{(-4x)}$. Bestimme die Extremstelle und begründe die Art.
-
-
-
-