Orthogonale Geraden und Normalen

Mathematik · Klasse 11 · mittel

vitus-tutoring.de

kostenlos, mit Lösungen

Name: _____ Datum: _____

Zwei Geraden sind orthogonal (stehen senkrecht aufeinander), wenn das Produkt ihrer Steigungen -1 ist: m1 · m2 = -1. Die Normale an einen Graphen steht im Berührpunkt senkrecht auf der Tangente.

1 Bestimme die Gerade durch A und B und die dazu orthogonale Gerade durch C.

Steigung aus zwei Punkten: m = (y2 - y1) : (x2 - x1). Die Orthogonale hat $-\frac{1}{m}$, dann C einsetzen.

a) A(0 | 1), B(2 | 5), C(4 | 0)

m = 4 : 2 = 2, also g(x) = 2x + 1

m(h) = $-\frac{1}{2}$: 0 = -2 + b, b = 2

h(x) = $-\frac{1}{2}$ x + 2

b) A(-1 | 4), B(2 | 1), C(3 | 5)

c) A(0 | -2), B(3 | 0), C(2 | 3)

2 Bestimme die Gleichung der Normalen an den Graphen von f an der Stelle x0.

Normale = Gerade durch P(x0 | f(x0)), die senkrecht auf der Tangente steht: $n(x) = -\frac{1}{f'}(x0) \cdot (x - x0) + f(x0)$.

a) $f(x) = x^2$, x0 = 1

f(1) = 1, f'(x) = 2x, f'(1) = 2

m = $-\frac{1}{2}$: n(x) = $-\frac{1}{2}$ (x - 1) + 1 = $-\frac{1}{2}$ x + $\frac{3}{2}$

b) $f(x) = x^3 - 2x$, x0 = 1

Orthogonale Geraden und Normalen (Fortsetzung)

Mathematik · Klasse 11 · mittel

vitus-tutoring.de

Name: _____ Datum: _____

kostenlos, mit Lösungen

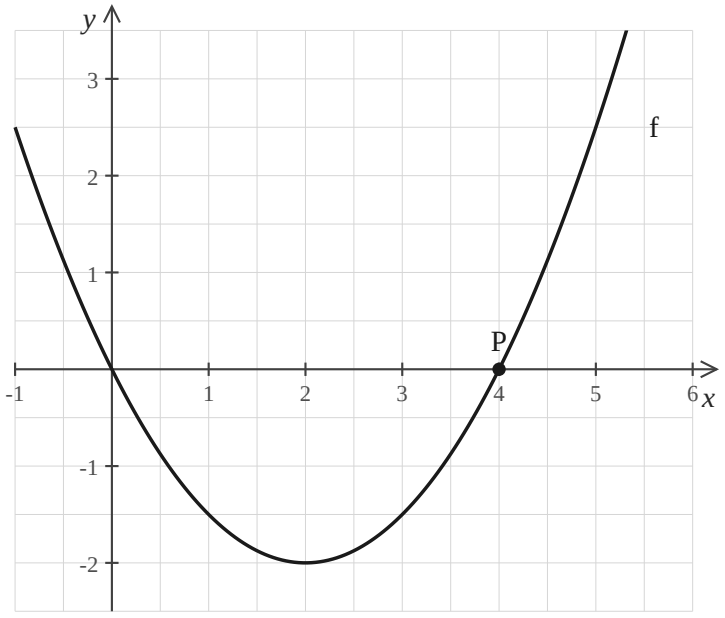
c) $f(x) = 0{,}5x^2 - 2x$, $x_0 = 4$

d) $f(x) = \frac{4}{x}$, $x_0 = 2$

3 Zeichne die Tangente und die Normale an den Graphen von $f(x) = 0{,}5x^2 - 2x$ im Punkt P(4 | 0).

Tangente: Steigung $f'(4) = 2$. Normale: Steigung $-\frac{1}{2}$. Beide gehen durch P.

a) Tangente t und Normale n in P



Orthogonale Geraden und Normalen (Fortsetzung)

Mathematik · Klasse 11 · mittel

vitus-tutoring.de

Name: _____ Datum: _____

kostenlos, mit Lösungen

4 Berechne mit Tangente und Normale.

Schnittpunkt mit der x-Achse: Gerade = 0 setzen. Dreiecksfläche = Grundseite · Höhe : 2.

a) f(x) = x², x0 = 1. Wo schneiden Tangente und Normale die x-Achse?

t(x) = 2x - 1: x = $\frac{1}{2}$

n(x) = - $\frac{1}{2}$ x + $\frac{3}{2}$: x = 3

b) Tangente, Normale (aus der Teilaufgabe davor) und x-Achse bilden ein Dreieck. Berechne seinen Flächeninhalt.

c) f(x) = x³ - 2x, x0 = 1. Wo schneidet die Normale n(x) = -x den Graphen von f noch?

5 Hat das Dreieck ABC einen rechten Winkel? Prüfe mit den Steigungen der Seiten.

Berechne die Steigungen von AB, BC und AC. Ist ein Produkt -1, liegt dort ein rechter Winkel.

a) A(0 | 0), B(4 | 2), C(3 | 4)

m(AB) = $\frac{1}{2}$, m(BC) = 2 : (-1) = -2

$\frac{1}{2}$ · (-2) = -1: rechter Winkel bei B

b) A(-1 | 1), B(2 | 3), C(4 | 0)

c) A(0 | 0), B(4 | 0), C(1 | 3)