Grafisch ableiten

Mathematik · Klasse 11 · mittel · Lösungen

vitus-tutoring.de

kostenlos, mit Lösungen

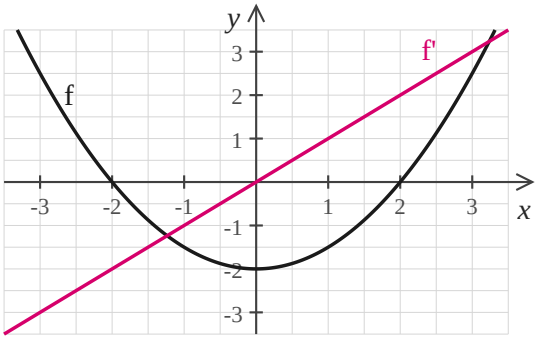
Name: _____ Datum: _____

Grafisch ableiten heißt: Du liest am Graphen von f an vielen Stellen die Steigung ab und zeichnest diese Werte als neuen Graphen, den Graphen von f'. Die Ableitung f'(x) ist die Steigung von f an der Stelle x.

1 Skizziere den Graphen von f' in dasselbe Koordinatensystem.

Erst die besonderen Stellen: Hoch- und Tiefpunkte von f werden Nullstellen von f'. Dann das Vorzeichen: Wo f steigt, liegt f' über der x-Achse. Die steilste Stelle von f wird ein Hoch- oder Tiefpunkt von f'.

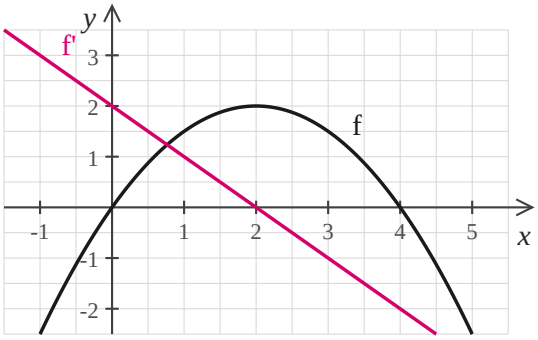
a) f(x) = 0,5x² - 2



f hat den Tiefpunkt bei x = 0, also f'(0) = 0

f'(x) = x, eine Gerade durch den Ursprung

b) f(x) = -0,5x² + 2x



f hat den Hochpunkt bei x = 2, also f'(2) = 0

f'(x) = -x + 2, eine fallende Gerade

Grafisch ableiten (Fortsetzung)

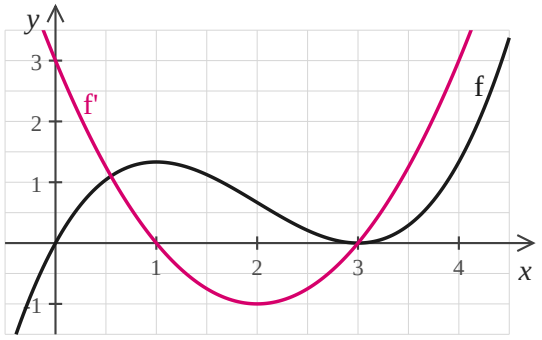
Mathematik · Klasse 11 · mittel · Lösungen

vitus-tutoring.de

kostenlos, mit Lösungen

Name: _____ Datum: _____

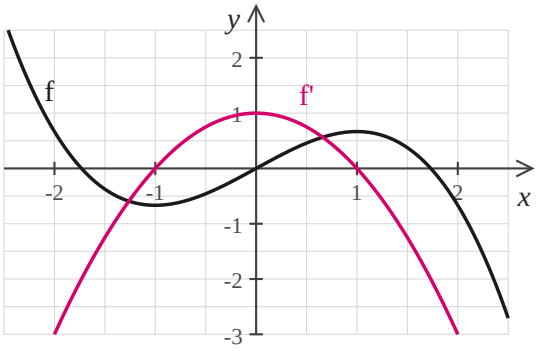
c) $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x$



Hochpunkt bei x = 1, Tiefpunkt bei x = 3: dort ist f' = 0

f'(x) = x² - 4x + 3, eine nach oben offene Parabel

d) $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + x$



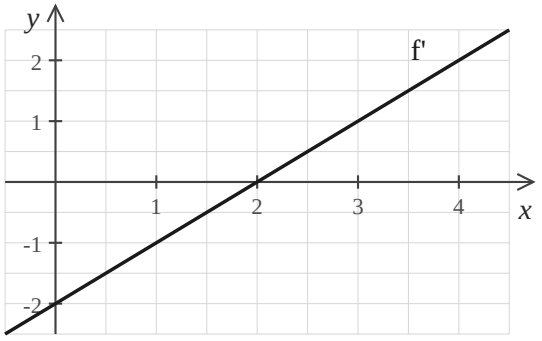
Tiefpunkt bei x = -1, Hochpunkt bei x = 1: dort ist f' = 0

f'(x) = -x² + 1, eine nach unten offene Parabel

2 Gezeichnet ist f'. Wo hat f Hoch- und Tiefpunkte? Wo steigt f?

Wo f' > 0 ist, steigt f. Wechselt f' an einer Nullstelle von + nach -, hat f dort einen Hochpunkt, von - nach + einen Tiefpunkt. Ohne Vorzeichenwechsel gibt es keinen Hoch- oder Tiefpunkt.

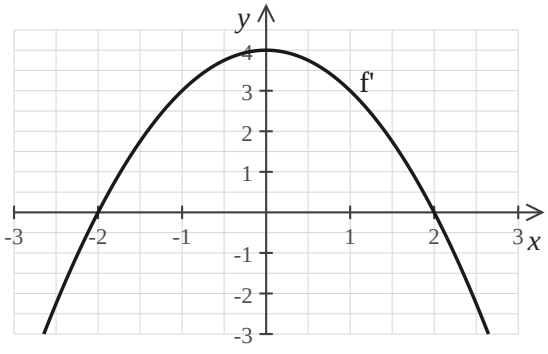
a) Beschreibe den Verlauf von f.



f fällt für x < 2 und steigt für x > 2

Tiefpunkt bei x = 2 (Wechsel von - nach +)

b) Beschreibe den Verlauf von f.



f fällt für x < -2 und x > 2, steigt dazwischen

Tiefpunkt bei x = -2, Hochpunkt bei x = 2

Grafisch ableiten (Fortsetzung)

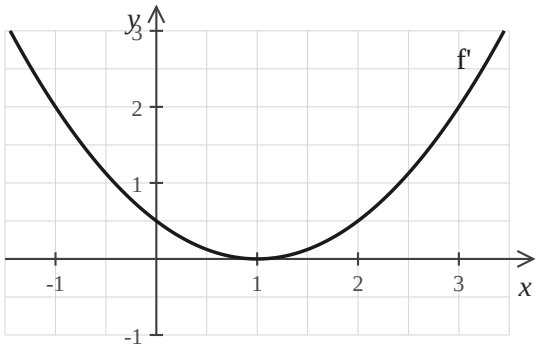
Mathematik · Klasse 11 · mittel · Lösungen

vitus-tutoring.de

kostenlos, mit Lösungen

Name: _____ Datum: _____

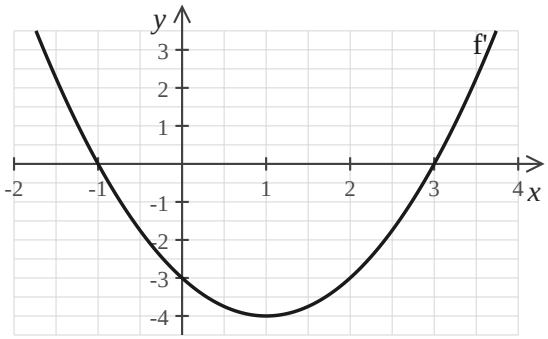
c) Beschreibe den Verlauf von f.



f' ist nie negativ: f steigt überall

Bei x = 1 ist f' = 0 ohne Vorzeichenwechsel: ein Sattelpunkt, kein Hoch- oder Tiefpunkt

d) Beschreibe den Verlauf von f.



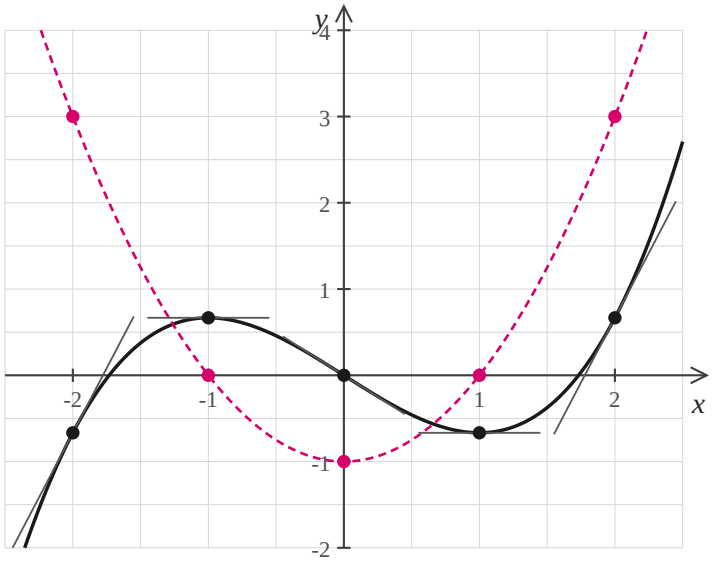
Hochpunkt bei x = -1 (+ nach -), Tiefpunkt bei x = 3 (- nach +)

f steigt für x < -1 und x > 3, fällt dazwischen

3 Leite grafisch her: Lies an den markierten Stellen die Steigung ab und trage die Punkte (x | Steigung) ein.

Jede dünne Gerade ist eine Tangente. Zähle 1 nach rechts und lies ab, wie weit sie steigt oder fällt. Verbinde die eingetragenen Punkte zu einer glatten Kurve: Das ist f'.

a) $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x$. Welche Funktion ist f'?



Steigungen bei -2, -1, 0, 1, 2: 3, 0, -1, 0, 3

Die Punkte liegen auf einer Parabel mit Scheitel (0 | -1).

Also $f'(x) = x^2 - 1$. Rechnung: $(\frac{1}{3}x^3 - x)' = x^2 - 1$ (stimmt)