Ableitung und Ableitungsregeln

Mathematik · Klasse 11 · mittel · Lösungen

vitus-tutoring.de

kostenlos, mit Lösungen

Name: _____ Datum: _____

1 Forme erst um, dann leite ab.

Die Ableitungsregeln gelten für Summen von Potenzen. Multipliziere Klammern deshalb zuerst aus: $x \cdot (x^2 - 4) = x^3 - 4x$. Dann leitest du ab, aus x^n wird $n \cdot x^{n-1}$: $f'(x) = 3x^2 - 4$.

a) $f(x) = x \cdot (x^2 - 5)$

$f(x) = x^3 - 5x$

$f'(x) = 3x^2 - 5$

b) $f(x) = (x - 3)^2$

$f(x) = x^2 - 6x + 9$

$f'(x) = 2x - 6$

c) $f(x) = (x + 5)(x - 3)$

$f(x) = x^2 + 2x - 15$

$f'(x) = 2x + 2$

2 Berechne die Steigung an der Stelle x0.

Bilde erst $f'(x)$. Setze dann $x0$ in $f'(x)$ ein, nicht in $f(x)$. Negative Zahlen kommen in Klammern: $(-2)^2 = 4$.

a) $f(x) = 3x^3 - 2x^2 - x,\ x0 = -3$

$f'(x) = 9x^2 - 4x - 1$

$f'(-3) = 9 \cdot (-3)^2 - 4 \cdot (-3) - 1 = 81 + 12 - 1 = 92$

b) $f(x) = 4x^3 - 4x^2 - 5x,\ x0 = 3$

$f'(x) = 12x^2 - 8x - 5$

$f'(3) = 12 \cdot 3^2 - 8 \cdot 3 - 5 = 108 - 24 - 5 = 79$

c) $f(x) = -2x^3 - 2x^2 - 6x,\ x0 = -1$

$f'(x) = -6x^2 - 4x - 6$

$f'(-1) = -6 \cdot (-1)^2 - 4 \cdot (-1) - 6 = -6 + 4 - 6 = -8$

Ableitung und Ableitungsregeln (Fortsetzung)

Mathematik · Klasse 11 · mittel · Lösungen

vitus-tutoring.de

kostenlos, mit Lösungen

Name: _____ Datum: _____

3 Bestimme den Punkt, an dem der Graph die angegebene Steigung hat.

Setze f'(x) gleich der Steigung und löse nach x auf. Den y-Wert bekommst du, wenn du x in f einsetzt.

a) $f(x) = x^2 - 2x + 8$, Steigung 2

$f'(x) = 2x - 2 = 2 \rightarrow x = 2$

$f(2) = 8$, Punkt $P(2 \mid 8)$

b) $f(x) = x^2 - 6x + 5$, Steigung 0

$f'(x) = 2x - 6 = 0 \rightarrow x = 3$

$f(3) = -4$, Punkt $P(3 \mid -4)$, dort ist die Tangente waagerecht

c) $f(x) = 2x^2 + 4x - 8$, Steigung 16

$f'(x) = 4x + 4 = 16 \rightarrow x = 3$

$f(3) = 22$, Punkt $P(3 \mid 22)$

4 Deute die Ableitung im Sachzusammenhang.

Die Ableitung ist die momentane Änderungsrate. Ihre Einheit ist die Einheit von f pro Einheit von t, zum Beispiel m pro s oder Liter pro Minute.

a) Ein Ball wird senkrecht hochgeworfen: $h(t) = 20t - 5t^2$ (h in m, t in s). Wie schnell steigt er nach 1 s? Wann ist er ganz oben?

$h'(t) = 20 - 10t$

$h'(1) = 10$: Nach 1 s steigt er mit 10 m/s.

$h'(t) = 0$ bei $t = 2$: Nach 2 s ist er ganz oben.

b) Aus einem Tank läuft Wasser ab: $V(t) = t^2 - 60t + 1000$ (V in Liter, t in min). Wie schnell ändert sich V nach 14 min? Wann läuft nichts mehr ab?

$V'(t) = 2t - 60$

$V'(14) = -32$: Nach 14 min laufen 32 Liter pro Minute ab.

$V'(t) = 0$ bei $t = 30$: Nach 30 min läuft nichts mehr ab.