Sinussatz und Kosinussatz

Mathematik · Klasse 10 · mittel · Lösungen

vitus-tutoring.de

Name: _____ Datum: _____

kostenlos, mit Lösungen

1 Berechne die Seite mit dem Sinussatz.

a : sin α = b : sin β. Umstellen: b = a · sin β : sin α.

a) α = 50°, β = 65°, a = 17 cm. *b = a · sin β : sin α = 17 · sin 65° : sin 50° = 20,11 cm*

b) α = 70°, β = 65°, a = 7 cm. *b = a · sin β : sin α = 7 · sin 65° : sin 70° = 6,75 cm*

c) α = 40°, β = 55°, a = 17 cm. *b = a · sin β : sin α = 17 · sin 55° : sin 40° = 21,66 cm*

d) α = 70°, β = 55°, a = 15 cm. *b = a · sin β : sin α = 15 · sin 55° : sin 70° = 13,08 cm*

e) α = 30°, β = 45°, a = 15 cm. *b = a · sin β : sin α = 15 · sin 45° : sin 30° = 21,21 cm*

2 Berechne die Seite mit dem Kosinussatz.

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$, dann die Wurzel ziehen.

a) a = 4 cm, b = 4 cm, γ = 60°. c = *$c^2 = 4^2 + 4^2 - 2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot \cos 60° = 16{,}00 \rightarrow c = 4{,}00$ cm*

b) a = 6 cm, b = 9 cm, γ = 100°. c =
$c^2 = 6^2 + 9^2 - 2 \cdot 6 \cdot 9 \cdot \cos 100° = 135{,}75 \rightarrow c = 11{,}65$ cm

c) a = 11 cm, b = 10 cm, γ = 60°. c =
$c^2 = 11^2 + 10^2 - 2 \cdot 11 \cdot 10 \cdot \cos 60° = 111{,}00 \rightarrow c = 10{,}54$ cm

d) a = 7 cm, b = 4 cm, γ = 70°. c = *$c^2 = 7^2 + 4^2 - 2 \cdot 7 \cdot 4 \cdot \cos 70° = 45{,}85 \rightarrow c = 6{,}77$ cm*

e) a = 15 cm, b = 15 cm, γ = 60°. c =
$c^2 = 15^2 + 15^2 - 2 \cdot 15 \cdot 15 \cdot \cos 60° = 225{,}00 \rightarrow c = 15{,}00$ cm

3 Berechne den Winkel mit dem Kosinussatz.

Umstellen: $\cos \gamma = (a^2 + b^2 - c^2) : (2ab)$, dann $\cos^{-1}$ am Taschenrechner.

a) a = 7 cm, b = 4 cm, c = 7 cm. γ = *$\cos \gamma = (a^2 + b^2 - c^2) : (2ab) = 0{,}286 \rightarrow \gamma = 73{,}4°$*

b) a = 7 cm, b = 10 cm, c = 8 cm. γ = *$\cos \gamma = (a^2 + b^2 - c^2) : (2ab) = 0{,}607 \rightarrow \gamma = 52{,}6°$*

c) a = 8 cm, b = 9 cm, c = 8 cm. γ = *$\cos \gamma = (a^2 + b^2 - c^2) : (2ab) = 0{,}563 \rightarrow \gamma = 55{,}8°$*

d) a = 8 cm, b = 8 cm, c = 2 cm. γ = *$\cos \gamma = (a^2 + b^2 - c^2) : (2ab) = 0{,}969 \rightarrow \gamma = 14{,}4°$*

e) a = 6 cm, b = 12 cm, c = 8 cm. γ = *$\cos \gamma = (a^2 + b^2 - c^2) : (2ab) = 0{,}806 \rightarrow \gamma = 36{,}3°$*

Sinussatz und Kosinussatz (Fortsetzung)

Mathematik · Klasse 10 · mittel · Lösungen

vitus-tutoring.de

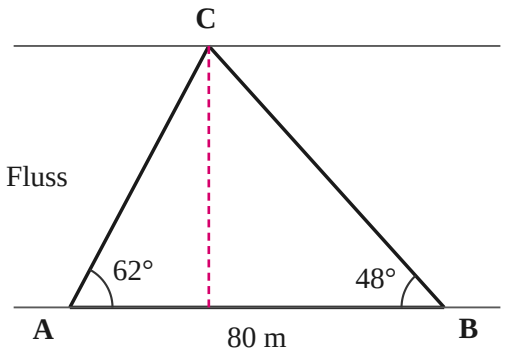
Name: _____ Datum: _____

kostenlos, mit Lösungen

4 Löse die Sachaufgabe mit der Skizze.

Markiere in der Skizze, was gegeben ist. Suche ein Dreieck, in dem du mit dem Sinus- oder Kosinussatz weiterkommst. Manchmal brauchst du zuerst den dritten Winkel (Winkelsumme 180°).

a) Wie breit ist der Fluss? A und B liegen an einem Ufer, 80 m auseinander, der Baum C steht am anderen Ufer.

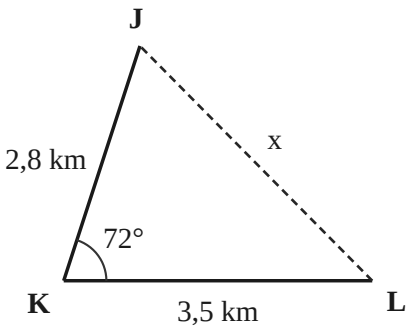


γ = 180° - 62° - 48° = 70°

Sinussatz: AC = 80 · sin 48° : sin 70° ≈ 63,27 m

Breite = AC · sin 62° ≈ 55,86 m

b) Lena und Jonas gehen von der Kreuzung K auf zwei geraden Wegen los. Wie weit sind sie dann voneinander entfernt?



Kosinussatz im Dreieck KLJ:

$x^2 = 3{,}5^2 + 2{,}8^2 - 2 \cdot 3{,}5 \cdot 2{,}8 \cdot \cos 72° \approx 14{,}03$

x ≈ 3,75 km

Sinussatz und Kosinussatz (Fortsetzung)

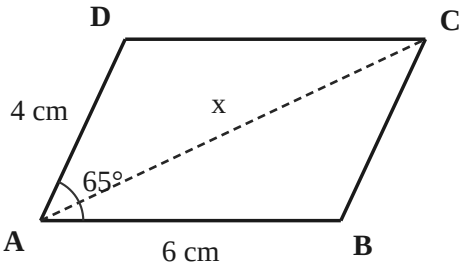
Mathematik · Klasse 10 · mittel · Lösungen

vitus-tutoring.de

kostenlos, mit Lösungen

Name: _____ Datum: _____

c) Das Viereck ist ein Parallelogramm. Wie lang ist die Diagonale x = AC?

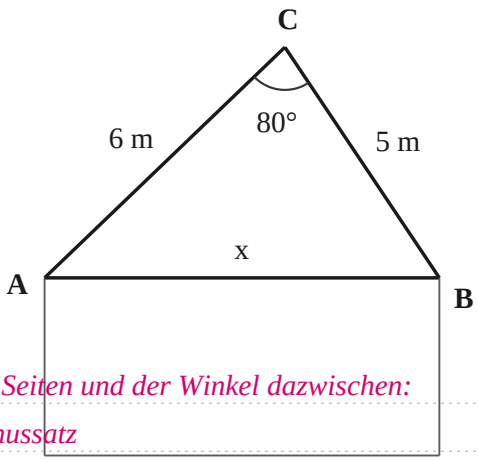


Im Dreieck ABC ist der Winkel bei B 180° - 65° = 115°

$x^2 = 6^2 + 4^2 - 2 \cdot 6 \cdot 4 \cdot \cos 115° \approx 72{,}29$

$x \approx 8{,}50$ cm

d) Die beiden Dachflächen sind 6 m und 5 m lang und treffen sich oben im Winkel von 80°. Wie breit ist das Haus?



Zwei Seiten und der Winkel dazwischen: Kosinussatz

$x^2 = 6^2 + 5^2 - 2 \cdot 6 \cdot 5 \cdot \cos 80° \approx 50{,}58$

$x \approx 7{,}11$ m

5 Konstruiere das Dreieck und rechne nach.

Zeichne c = AB. Zeichne mit dem Zirkel einen Kreis um A mit Radius b und einen um B mit Radius a. Wo sich die Kreise schneiden, liegt C.

a) Konstruiere das Dreieck ABC mit a = 6 cm, b = 5 cm und c = 4 cm. Miss den Winkel γ. Berechne γ dann mit dem Kosinussatz und vergleiche.

$\cos \gamma = (6^2 + 5^2 - 4^2) : (2 \cdot 6 \cdot 5) = 45 : 60 = 0{,}75$, also $\gamma \approx 41{,}4°$. Gemessen etwa 41°.